

**MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE**

Direction des personnels enseignants

**AGRÉGATION  
SCIENCES ÉCONOMIQUES ET SOCIALES**

**Concours externe**

Rapport présenté par Madame Catherine OMNÈS  
Présidente du jury

2001

**CENTRE NATIONAL DE DOCUMENTATION PÉDAGOGIQUE**

## Sommaire

SOMMAIRE .....	2
<b>LISTE DES MEMBRES DU JURY D'AGRÉGATION EXTERNE DE SCIENCES ÉCONOMIQUES ET SOCIALES.....</b>	<b>3</b>
<b>RAPPORT GÉNÉRAL DE LA PRÉSIDENTE DU JURY PAR MADAME CATHERINE OMNES.....</b>	<b>4</b>
<b>RAPPORT SUR L'ÉPREUVE ÉCRITE DE SCIENCES SOCIALES .....</b>	<b>6</b>
<b>RAPPORT SUR L'ÉPREUVE ÉCRITE DE SCIENCES ECONOMIQUES .....</b>	<b>9</b>
<b>RAPPORT SUR L'ÉPREUVE ÉCRITE D'HISTOIRE ET DE GÉOGRAPHIE DU MONDE CONTEMPORAIN .....</b>	<b>12</b>
<b>RAPPORT SUR L'ÉPREUVE DE LEÇONS.....</b>	<b>16</b>
LISTES DES LEÇONS DE SOCIOLOGIE .....	19
LISTES DES LEÇONS D'ÉCONOMIE.....	20
<b>RAPPORT SUR L'ÉPREUVE DE DOSSIERS.....</b>	<b>21</b>
DOSSIERS DE SOCIOLOGIE .....	27
DOSSIERS D'ÉCONOMIE.....	28
<b>RAPPORT DE L'ÉPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES.....</b>	<b>29</b>
<b>SUJETS ET CORRIGÉS DES ORAUX DE MATHÉMATIQUES .....</b>	<b>31</b>
DURÉE OPTIMALE D'UTILISATION .....	31
GROSSESSES DES ADOLESCENTES.....	37
SÉRIES CHRONOLOGIQUES.....	45
INCITATION ET ASYMMÉTRIE DE L'INFORMATION .....	47
AGES EXTRÊMES DE LA VIE HUMAINE .....	52
COMPARAISON DE GROUPES.....	62
UTILITÉ ET AUTOROUTE .....	64
AJUSTEMENT DE LA MORTALITÉ AUX ÂGES ÉLEVÉS .....	68
CHAÎNES DE MARKOV .....	79
SONDAGE AUPRÈS DES MÉNAGES .....	81
QUELQUES QUESTIONS SUR LE VEUVAGE .....	85
ANALYSE DISCRIMINANTE .....	91
<b>ANNEXE 1 : ARRÊTÉ DU 4 JANVIER 1977 CRÉANT L'AGRÉGATION.....</b>	<b>94</b>
<b>ANNEXE 2 : PROGRAMME DE LA SESSION 2002.....</b>	<b>98</b>
<b>ANNEXE 3 : BIBLIOGRAPHIE COMPLÈTE DU PROGRAMME 2002 .....</b>	<b>100</b>
A - SCIENCES SOCIALES .....	101
MAX WEBER : RELIGION ET SOCIÉTÉ.....	101
VILLE ET PROBLÈMES URBAINS.....	102
Corps et société : travail, santé, sport, représentations.....	104
B - SCIENCES ÉCONOMIQUES .....	106
RISQUE ET INCERTITUDE EN ÉCONOMIE.....	106
LA THEORIE ECONOMIQUE AVANT 1850 .....	108
Croissance et cycles .....	111
C - HISTOIRE ET GÉOGRAPHIE DU MONDE CONTEMPORAIN .....	113
LE TRAVAIL EN FRANCE DES ANNÉES 1890 À NOS JOURS .....	113
Le logement en Europe (France, Royaume-Uni, Allemagne-RFA) de 1830 à la fin des années 1960 (aspects économiques, sociaux, culturels, urbanistiques et politiques).....	114
D - BIBLIOGRAPHIE DE MATHÉMATIQUES ET STATISTIQUES POUR L'AGRÉGATION EXTERNE DE SCIENCES SOCIALES.....	115
<b>ANNEXE 4. LISTE DES USUELS MIS EN SALLE ET EN ACCÈS LIBRE.....</b>	<b>116</b>
LISTE DES USUELS MIS EN SALLE ET EN ACCÈS LIBRE ECONOMIE .....	117
LISTE DES USUELS MIS EN SALLE ET EN ACCÈS LIBRE SOCIOLOGIE .....	119
<b>NOTES À L'ATTENTION DES CANDIDATS .....</b>	<b>120</b>

« Les rapports des jurys des concours sont établis sous la responsabilité des présidents de jury »

# LISTE DES MEMBRES DU JURY D'AGRÉGATION EXTERNE DE SCIENCES ÉCONOMIQUES ET SOCIALES

SESSION 2001

Madame Catherine OMNES	Professeur d'Histoire Université de Versailles-St-Quentin- en-Yvelines PRESIDENTE
Monsieur Jean-Michel BERTHELOT	Professeur de Sociologie Université Paris V VICE-PRESIDENT
Monsieur Christian BIDARD	Professeur d'Economie Université Paris X-Nanterre
Monsieur Nicolas BROUARD	Directeur de Recherches INED PARIS (Statistiques)
Monsieur Vincent CARADEC	Maître de Conférences de Sociologie Université de Lille III
Madame Anne-Marie DREISZKER-BOYE	IA-IPR d'Economie
Madame Sabine EFFOSSE	Professeur agrégé d'Histoire
Madame Johanna ETNER-JOUVET	Professeur d'Economie Université du Mans
Monsieur Louis FERRE	Professeur (Statistiques) Université de Toulouse-le-Mirail
Monsieur Gilles JACOUD	Maître de Conférences d'Economie Université de Saint- Etienne
Madame Sandrine KOTT	Maître de Conférences d'Histoire Université de Poitiers
Mademoiselle Clara LEVY	Maître de Conférences de Sociologie Université de Nancy
Madame Isabelle MORET-LESPINET	Maître de Conférences d'Histoire Université Paris X-Nanterre
Monsieur Yves MORLA	Professeur de Classes préparatoires Lycée Lakanal (Histoire)
Monsieur Sébastien MOYNOT	Administrateur de l'INSEE (Statistiques)
Monsieur Jean-Pierre NORECK	Professeur de Classes préparatoires Lycée Henri IV, Paris (Sociologie)
Monsieur Jean-Marc OLIVIER	Maître de Conférences d'Histoire Université de Toulouse II
Monsieur Christian OTTAVJ	Professeur d'Economie Université Paris II
Monsieur Rémi PECH	Professeur d'Histoire Université Toulouse II
Monsieur Alain QUEMIN	Maître de Conférences de Sociologie Université de Marne-la-vallée
Madame Nathalie SIGOT	Professeur d'Economie Université de Franche-Comté
Monsieur Bernard VALADE	Professeur de Sociologie Université Paris V

## Rapport général de la Présidente du Jury par Madame Catherine OMNES

La session 2001 marque peut-être un tournant après la longue phase de recul des postes (-45%) et des effectifs (-58%) de 1996 à 2000. 28 postes ont été mis au concours en 2001, soit un poste supplémentaire, et la chute du nombre des candidats inscrits s'est nettement ralentie (-3% sur l'année précédente contre -23% en 2000). Cependant la publication des postes a été trop tardive et l'augmentation des postes trop symbolique pour enrayer l'hémorragie des candidats entre l'inscription et la première épreuve, déjà signalée les années précédentes : 70% des candidats s'auto-éliminent.

Par un effet mécanique, ces défections augmentent le taux de réussite des candidats qui persévèrent : le taux de réussite des présents (139 candidats) est de 39,5% pour l'admissibilité et 20% pour l'admission alors que pour l'ensemble des agrégations externes, en 2000, les taux étaient respectivement de 23% et de 11% (les chiffres de 2001 ne sont pas encore publiés). L'agrégation de Sciences économiques et sociales offre donc des chances certaines aux candidats persévérants qui font une préparation sérieuse.

### Evolution du nombre des candidats inscrits depuis 1996

	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Nb de	49	40	35	35	27	28
Inscrits	1161	1026	917	630	483	468

Pour endiguer l'auto-élimination des inscrits, il apparaît souhaitable que les candidats aient à leur disposition, dès le début de leur préparation, toutes les informations nécessaires pour les conforter dans leur choix : nombre de postes et rapport du jury notamment. Les défections peuvent également être freinées par les conditions d'accueil et d'encadrement des candidats mises en œuvre dans les centres de préparation. Certains centres de préparation ont ainsi réussi à mieux retenir leurs candidats (Bordeaux (46% de défection), Dijon (55%), Montpellier (56%), Orléans-Tours (58%), Lille (61 %).

Les résultats confirment la mobilisation des centres de province : 11 centres provinciaux ont obtenu 31 admissibles sur 55 et 12 admis. Cette année, les candidats inscrits dans une académie de province représentent 56% des admissibles et 43% des admis contre respectivement 37% et 18,5% en 2000. Le rééquilibrage Paris/Province (sous-estime en raison de l'accueil de provinciaux dans les centres parisiens), souhaité depuis plusieurs années, est semble-t-il en bonne voie. Dans la même perspective d'égalisation des chances entre Paris/Province mais aussi entre étudiants et enseignants, les candidats pourront désormais consulter le fonds documentaire de la Bibliothèque Ibanes, qui est mis à leur disposition lors des épreuves orales, sur le site internet dont l'adresse électronique est : <http://halley.ens.fr>.

### Répartition des candidats par profession

	Présents	Nb admissibles	Taux %	Nb admis	Taux %
<b>Elève IUFM 1ère année</b>	<b>21</b>	<b>4</b>	<b>19,0</b>	<b>3</b>	<b>14,3</b>
<b>Elève d'une ENS</b>	<b>13</b>	<b>13</b>	<b>100</b>	<b>12</b>	<b>92,3</b>
<b>Etudiant</b>	<b>48</b>	<b>22</b>	<b>45,8</b>	<b>10</b>	<b>20,8</b>
<b>Enseignant titulaire MEN</b>	<b>28</b>	<b>11</b>	<b>39,3</b>	<b>1</b>	<b>3,6</b>
<b>Enseignant enseignement privé</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>16,7</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Hors fonction publique/sans emploi</b>	<b>19</b>	<b>4</b>	<b>21,1</b>	<b>2</b>	<b>10,5</b>

Les résultats d'écrits, parfaitement homogènes d'une discipline à l'autre, sont légèrement inférieurs à ceux de 2000 : la barre d'admissibilité est en retrait d'un point (7,4 contre 8,4), la moyenne des admissibles est de 10,3 contre 11,75 en 2000. Faut-il s'alarmer de cette baisse? Le vivier des candidats de bon niveau demeure satisfaisant : au sortir de l'écrit, 27 candidats ont une moyenne supérieure ou égale à 10, parmi lesquels se distingue un groupe de tête de six personnes (respectant une parfaite parité) qui a une moyenne comprise entre 14 et 16.

Les épreuves orales ont confirmé la qualité des candidats admissibles : les présents ont obtenu 10,2 de moyenne, les admis 12,4. Comme l'année dernière, elles ont à la fois conforté globalement la position de la première moitié des admissibles, tout en opérant une redistribution interne au sein de ce groupe, et donné l'occasion à cinq candidats de gagner une dizaine ou une vingtaine de places et d'accéder à l'admission.

Malgré la légère baisse des résultats d'écrit, la moyenne générale des admis reste inchangée par rapport à la session 2000 (12,15), grâce au bon niveau des prestations orales auquel l'ensemble du jury a été très sensible. Les conseils donnés par les membres du jury dans les rapports du concours semblent porter leurs fruits.

Le jury a pourvu tous les postes. Parmi les lauréats figurent 15 hommes et 13 femmes dont le taux de réussite (admis/admissibles) est respectivement de 43% et de 65%. L'agrégation de Sciences économiques et sociales présente un bel équilibre entre les hommes et les femmes. Reste désormais à préserver la parité des lauréats à tous les échelons de la carrière.

### **Bilan d'admissibilité**

	1996	1997	1998	1999	2000	2001
<b>Présents à la dernière épreuve</b>	<b>358</b>	<b>362</b>	<b>258</b>	<b>157</b>	<b>137</b>	<b>123</b>
<b>Pourcentage de présents à la dernière épreuve par rapport aux inscrits</b>	<b>32,4</b>	<b>35,2</b>	<b>35,5</b>	<b>24,9</b>	<b>28,4</b>	<b>26,2</b>
<b>Barre d'admissibilité</b>	<b>7,6</b>	<b>8,6</b>	<b>9,4</b>	<b>8,1</b>	<b>8,4</b>	<b>7,4</b>
<b>Nombre de candidats admissibles</b>	<b>92</b>	<b>84</b>	<b>77</b>	<b>60</b>	<b>54</b>	<b>55</b>

# Rapport sur l'épreuve écrite de sciences sociales

Sujet : « Quel rôle joue la thématique de la rationalité dans l'approche weberienne des religions ? »

Jury : M. Jean-Michel Berthelot (vice-président), M. Vincent Caradec, Mme Clara Levy, M. Jean-Pierre Noreck, M. Alain Quemin, M. Bernard Valade.

## Rapport présenté par Jean-Michel Berthelot

Les candidats ont été 147 à composer, soit une légère baisse par rapport à l'année précédente (153). 8 d'entre eux ont remis copie blanche. Les notes se sont réparties entre 0 et 18 de la manière suivante :

De 0 à 1	26
De 2 à 4	33
De 5 à 9	47
De 10 à 13	17
14 et > à 14	16

La moyenne générale s'établit à 6,42

Comme les années précédentes, la correction s'est opérée à partir d'une grille comportant un certain nombre de points précis, exprimant les capacités des candidats à mener sur le sujet une réflexion problématisée, argumentée et instruite.

D'une certaine façon, si la question concernant la sociologie des religions de Weber effrayait certains candidats par sa dimension théorique, elle avait en revanche le mérite de mobiliser un corpus de textes (oeuvres de Weber et de ses commentateurs) relativement circonscrit. Il ne s'agissait pas, pour les correcteurs, de traquer la référence absente, mais d'être assurés d'une connaissance solide et diversifiée des travaux majeurs de référence. Le sujet posé, de même, visait le coeur de la question en invitant à thématiser les concepts centraux de rationalité et de rationalisation, mis en oeuvre par Weber dans son appréhension des religions et du cours des civilisations.

Respectant ces principes, la grille de correction a privilégié les points suivants :

a) problématisation du sujet : le jury attendait que soient clairement dégagées sa signification théorique et ses implications et que soit proposé un questionnement progressif et maîtrisé. A l'inverse, ont été sanctionnées la simple reprise ou la paraphrase de la question initiale ainsi que l'annonce, trop fréquente, d'un plan non justifié. Etaient également inutiles des entrées en matière emphatiques sur la religion et la rationalité en général, ou des dramatisations artificielles à partir de

points d'actualité pouvant faire écho au sujet. En ce point comme en d'autres, la sobriété et la rigueur analytiques doivent être privilégiées.

b) démarche : le jury attendait que soit mise en oeuvre une argumentation progressive et maîtrisée, attentive à la définition des concepts utilisés, s'appuyant avec rigueur et précision sur les textes de Weber et de ses principaux commentateurs et en manifestant une connaissance satisfaisante. Ont été à l'inverse sanctionnés le non traitement de la question, la simple exposition d'un thème, le résumé plat d'un ouvrage, les contre-sens sur l'oeuvre, les références allusives et les envolées lyriques intempestives.

Ces deux points fondamentaux de l'évaluation se sont appuyés sur des indicateurs spécifiques, concernant les références aux ouvrages de Weber et aux textes des commentateurs. Ont été valorisées l'ampleur et la précision de ces références, dans un domaine où trop de candidats n'ont pu aller au-delà de l'*Ethique* et d'*Economie et société*. Le jury ne peut que rappeler que, non seulement il attend une connaissance solide de la bibliographie des questions, mais une présentation rigoureuse des références, selon les règles en usage dans la littérature scientifique.

Enfin, si les qualités de style et d'expression procurent un bonheur de lecture apprécié, qui ne peut qu'intervenir dans la notation finale, les incorrections de langue, les fautes d'orthographe, les barbarismes, les abréviations indues, les phrases illisibles qui émaillent trop de copies engendrent une réaction inverse.

Le jury ne souhaite pas, après ces remarques générales, fournir de copie type. Le sujet était susceptible de s'organiser selon des points de vue variés et même si la thématisme weberienne de la rationalité ne pouvait qu'en occuper le centre, celle-ci pouvait être déployée différemment selon l'angle d'attaque adopté. Certains candidats ont préféré partir de la vision générale du rationalisme occidental fourni par *l'Avant propos* de 1920, d'autres des formes de rationalité distinguées dans le premier chapitre d'*Economie et Société*, d'autres encore de l'étude sur *Le judaïsme antique*! Les distinctions weberiennes entre magie et religion, voies du salut et voies de la délivrance, mysticisme et ascèse, les questions de la théodicée, de la grâce, du désenchantement du monde pouvaient dès lors être mobilisées comme modes spécifiques de rationalisation de la conduite de la vie et la thématique de la rationalisation se déployer de la sphère religieuse vers les autres sphères d'activités.

Si la plus ou moins grande connaissance du sujet et de ses références, la plus ou moins grande maîtrise de la problématisation et de l'argumentation étalonner les

copies, les notes inférieures à 5 sont en général expliquées par des défauts rédhibitoires :

- incompréhension et non traitement du sujet
- substitution à l'enquête proposée d'exposés triviaux sur la religion en général ou de développements philosophiques pédants sur la rationalité
- juxtaposition de résumés, dilués et étirés à l'envi, de quelques pages classiques de Weber
- survol superficiel des thèmes et des notions.

Il est, pour terminer, assez facile de résumer l'attente du jury : une réflexion claire, argumentée, instruite, usant d'une langue maîtrisée et sobre.

# Rapport sur l'épreuve écrite de Sciences Economiques

Sujet : "L'école classique : rupture ou continuité dans l'histoire de la pensée économique jusqu'en 1850 ?"

Jury : M. Christian BIDARD, Mme Anne-Marie DREISZKER-BOYE, Mme Johanna ETNER-JOUVET, M. Gilles JACOUD, M. Christian OTTAVJ, Mme Nathalie SIGOT.

## Rapport présenté par Christian Ottavj

Les membres du jury ont corrigé 131 copies, soit une diminution de 8,3% par rapport à l'année précédente, année déjà caractérisée par une baisse de près de 17%. Les notes, après double (ou triple) correction, se sont étagées de 0 à 17, leur distribution (en %) ayant évolué au cours du temps de la manière suivante :

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
0 à 1 (copies blanches ou niveau nul)	6,6	10,8	9,9	6,1	12,6	25,6	15,4	12,2
2 à 4 (manque de sérieux)	33,4	39,2	31,7	22,1	22,3	15,7	18,1	24,4
5 à 9 (sujet mal traité)	44,0	38,1	38,4	45,9	32,7	31,4	32,9	39,8
10 et plus (sujet convenablement traité)	16,0	11,9	20,0	25,9	32,3	27,3	33,6	23,6

La moyenne générale s'établit à 6,5.

### La grille de notation

La grille utilisée au cours des années précédentes a été reprise sans changement important. Elle distingue 5 groupes de copies.

. 0 à 3 dans chacun des cas suivants ; copie blanche, non-repérage du sujet, connaissances nulles ou très faibles, énoncé de généralités.

. 4 à 6 : sujet abordé sans problématique explicite ou réellement mise en œuvre, connaissances trop superficielles conduisant à une carence de problématique et de raisonnement.

. 7 à 9 : une problématique est mise en œuvre, mais elle est insuffisamment respectée, notamment faute d'une connaissance suffisante du sujet ; des parties franchement déséquilibrées peuvent constituer un signe de cette insuffisance.

. 10 à 14 : problématique annoncée et maîtrisée, témoignant d'une connaissance correcte du sujet et d'une capacité à ordonner les arguments et à les appuyer sur des références et des analyses factuelles.

. 15 et plus ; copie remplissant les conditions précédentes et manifestant de plus une qualité particulière du raisonnement économique, une culture de haut niveau, une maîtrise personnelle du sujet pouvant aller jusqu'à l'énoncé dûment argumenté de thèses originales.

### Qualité de forme

Les qualités formelles (orthographe, syntaxe et clarté de l'expression) peuvent sensiblement affecter l'appréciation de la copie, en particulier parce qu'elles participent à la perception de la qualité du raisonnement. S'agissant d'un concours de recrutement des enseignants des lycées, qui ouvre *de facto* de plus en plus l'accès à des enseignements universitaires, il serait pour le moins déplacé d'accepter un certain nombre de pathologies en matière d'orthographe. Par ailleurs, les membres du jury n'étant pas tenus de se fatiguer les yeux et de passer un temps excessif à déchiffrer un texte illisible, les candidats ne doivent pas croire qu'ils peuvent profiter d'une sorte de "bénéfice du doute" lorsqu'il devient impossible de lire une partie des développements. La notation s'effectue donc comme si la copie se réduisait à ce que le correcteur a pu en lire et en comprendre.

### Qualité de fond

Afin d'éclairer les candidats (actuels et futurs), nous pouvons signaler un certain nombre d'erreurs ou de lacunes ayant été à l'origine de quelques regrets pour les correcteurs.

. Il ne suffit pas de proposer un catalogue d'auteurs et de références bibliographiques. De telles connaissances doivent être appelées au service d'une véritable argumentation.

. Lorsqu'une question est posée, la moindre des choses est d'y répondre, en justifiant évidemment cette réponse. Il convient de faire en sorte que la conclusion ne se réduise pas à un résumé des parties développées.

. Les contenus des parties (explicitement indiqués par un titre ou seulement suggérés par une proposition) doivent être précisés et introduits de façon succincte. Ils doivent "tomber comme un fruit mûr" au terme de l'introduction. Comme cela a été souvent le cas cette année, les candidats doivent avoir le souci d'équilibrer leurs parties.

. Lorsque les candidats ressentent le besoin de faire référence à des auteurs, il convient d'être précis (des références erronées peuvent autant desservir que l'absence d'indications bibliographiques).

. Le jury attend beaucoup plus de rigueur dans les développements (éviter les passages allusifs ou évasifs). Il convient de relire en permanence le sujet pour éviter de s'engager dans des développements intéressants mais hors sujet.

### Le traitement du sujet

Renonçant à présenter un corrigé type, le jury étant resté jusqu'au bout ouvert à des problématiques très variées, nous fournissons ci-après quelques indications illustrant les préoccupations qui se sont dégagées au moment de la délibération.

. Généralement, comme le jury s'y attendait, les candidats ont opté pour un plan du type "1<sup>ère</sup> partie : rupture - 2<sup>ème</sup> partie : continuité" (ou l'inverse). Cependant, dans bien des cas, certains candidats ont donné l'impression d'extraire de leur "bagage de connaissances" (sans trop de justifications) les données pouvant être placées dans l'une ou l'autre des parties. Faute d'une problématique clairement explicitée, le tri des hypothèses et concepts entre les deux parties est donc apparu souvent comme trop artificiel

. En introduction, il était bien évidemment demandé de définir et de clarifier les contours de l'école classique. Si plusieurs conceptions étaient présentées (celles de Marx, de Keynes, etc.), il convenait de justifier son choix parmi celles-ci. De même, le jury attendait quelques développements méthodologiques sur les notions de rupture et de continuité.

. Il ne fallait pas restreindre l'école classique à un ou deux auteurs jugés très emblématiques. A l'inverse, il fallait éviter des développements abusifs sur la période postérieure à 1850.

. S'il était demandé, par exemple, quelques développements sur les thèmes de la valeur et du libre échange, il fallait éviter d'entrer dans toutes leurs subtilités pour écrire cinq ou six pages sur chacun de ces thèmes.

. Le jury attendait quelques développements sur l'économie comme science autonome ainsi que sur la dimension historique du sujet (révolution industrielle, etc.).

En règle générale, les candidats connaissaient (plus ou moins) les grands thèmes classiques. La difficulté résidait essentiellement dans la construction d'une problématique répondant à la question posée.

Et on ne le dira jamais assez : "lisez et relisez à tous moments le sujet afin de vérifier la pertinence de vos développements".

# Rapport sur l'épreuve écrite d'histoire et de géographie du monde contemporain

**Sandrine Kott**

**Le jury était composé de :** Mmes Sabine Effosse, Sandrine Kott, Isabelle Lespinet-Moret, MM Yves Morla, Jean-Marc Olivier, Rémy Pech.

**Sujet : L'État et les relations sociales dans le monde du travail de 1880 à nos jours en France, en Allemagne-RFA et au Royaume-Uni.**

## ***DONNEES STATISTIQUES***

Nombre de copies notées : 123

La moyenne des présents est de 6,88 (elle était de 6,83 en 2000)

La moyenne des admissibles est de 10,04

La répartition des notes est la suivante :

5 notes supérieures ou égales à 15 (dont un 18). Ces copies font preuve de connaissances étendues, bien organisées par une argumentation forte et bien menée.

29 notes entre 10 et 14 soit un quart des notes. Dans ces copies, la technique de la dissertation est généralement maîtrisée mais les connaissances sont inégales. La problématique n'est pas toujours clairement définie ou bien un modèle théorique est artificiellement plaqué sur le sujet à traiter.

47 notes entre 6 et 9 (soit 38% des copies). Il s'agit en général de candidats qui n'ont pas réellement traité le sujet, soit en le réduisant trop nettement à l'un de ses aspects, soit par manque général de connaissances.

42 notes sont inférieures à 5 (entre soit un peu plus d'un tiers des notes). Ce sont des copies qui ne traitent pas le sujet proposé par manque de connaissances et ne maîtrisent en aucune manière la technique de la dissertation d'histoire.

## ***QUESTIONS DE FORME***

Rappelons qu'une bonne copie d'histoire est d'abord écrite dans un français correct sans sur le plan du style qui doit être facilement compréhensible que de l'orthographe. Notons par ailleurs que les candidats ont une fâcheuse tendance à malmenier l'orthographe des mots et des noms étrangers (dans la grande majorité des copies Bismarck perd ainsi son c). Dans la plupart des cas une relecture soignée pourrait permettre d'éviter des scories qui, si elles sont trop nombreuses, sont sanctionnées.

## ***TRAITEMENT DU SUJET***

Plutôt que de proposer un corrigé en bonne et due forme, toujours contestable, les remarques ci-dessous ont pour vocation de rappeler certaines caractéristiques fondamentales de la dissertation d'histoire qui peuvent permettre aux candidats d'éviter les écueils les plus grossiers.

### ***Introduction***

L'introduction est souvent la partie la plus faible de la dissertation et c'est pourtant elle qui conditionne la réussite de l'exercice. Rappelons que l'introduction d'une dissertation d'histoire doit remplir une double, voire une triple fonction.

Elle doit d'abord permettre de définir précisément les termes du sujet. Ici les

termes ou groupes de termes suivants exigeaient une définition précise :

*L'État.* Il fallait impérativement s'interroger sur la variation des échelles de l'analyse, car si l'État central joue un rôle primordial en France, les *Länder* et les communes remplissent des fonctions plus importantes en Allemagne. Par ailleurs les candidats ne différencient ni les formes de l'intervention de l'État ni les différents acteurs étatiques si bien que le sujet a tendance à se limiter à l'étude des lois sociales ou, au mieux, à celle de l'arbitrage de l'Etat. Un nombre très réduit de copies a traité de l'institutionnalisation de la question du travail par le biais de la mise en place progressive de " ministères du travail " dans les différents pays. La question de l'inspection du travail de ses pouvoirs, de son activité réelle est très rarement abordée de même que celle des prud'hommes ou des tribunaux du travail en général. La notion même de paritarisme, importante pour le sujet, est trop faiblement discutée.

*Les relations sociales.* Elles ont généralement été limitées (le plus souvent implicitement) aux relations entre classes sociales. Rares sont les copies qui ont abordé les conflits liés au genre, et moins encore aux différences de générations ou à la question de l'immigration. Les formes et modalités des régulations étatiques dans ces domaines, pourtant essentielles dès la fin du XIX<sup>e</sup> siècle sont le plus souvent oubliées.

*Le monde du travail* ne devait pas être réduit, comme cela a généralement été le cas au monde de l'industrie, voire au monde des ouvriers de l'industrie. Il fallait bien entendu faire toute leur place aux paysans, aux cadres, et aux fonctionnaires (pensons en particulier aux mouvement d'instituteurs dans la France de la fin du XIX<sup>e</sup> siècle).

L'introduction doit en second lieu mettre en place les grandes ruptures chronologiques et la périodisation qui sont étroitement dépendantes de la problématique élaborée par le candidat. Chaque sujet peut être abordé de différentes manières et s'ordonner suivant des problématiques et périodisations diverses mais il faut éviter certains écueils. Il faut se garder de choisir un angle d'approche qui soit trop restrictif et empêche de traiter le sujet dans toute son ampleur. De trop nombreuses copies ont élaboré une problématique binaire passage d'un État patron (répressif) à un État social (bienveillant) avec des remises en cause dans les dernières années. Outre le fait que la réalité historique ne se laisse pas enfermer dans ce diptyque : l'État répressif peut aussi être bienveillant (pensons en particulier aux lois sociales allemandes des années 1880), ce biais laisse de côté toute la question du paritarisme qui est au cœur du sujet. De même, il faut éviter de dégager des ruptures chronologiques qui conduisent à privilégier de manière exagérée le traitement de certaines périodes. Ainsi certaines copies traitent-elles dans une seule partie la période 1880-1945 et consacrent deux parties à la période suivante en privilégiant de manière excessive la période 1880 à nos jours. Certains candidats " oublient " ainsi les grandes lois sociales élaborées à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle dans les trois pays, le Front populaire en France ou le nazisme en Allemagne. En revanche le thatchérisme se voit alors accorder une place de choix.

## ***Développement***

### ***Remarques générales***

Rappelons que la dissertation d'histoire n'est pas simplement une juxtaposition de connaissances, il s'agit bien de construire une argumentation qui progresse selon la problématique qui a été définie en introduction. Toutefois, la problématique ne doit en aucun cas se limiter à tenter de présenter ou d'appliquer une théorie générale plus ou moins bien maîtrisée. La définition des termes doit permettre de poser un certain nombre de questions suggérées par le sujet lui-même. On attend du candidat qu'il y réponde en mobilisant des connaissances précises (les copies trop imprécises ou pleines d'erreurs ont été sanctionnées). Celles-ci doivent être articulées les unes aux autres (et non juxtaposées) afin de dégager des relations de causalité, des formes de continuités ou au contraire des ruptures qui doivent s'organiser selon un plan précis. Le plan en trois parties n'est pas impératif du moment que les articulations sont correctement justifiées et

répondent à une nécessité interne de la démonstration.

#### *La question du plan et des ruptures chronologiques*

Sur une période aussi longue, le développement s'ordonne presque nécessairement selon un plan chronologique qui permet de dégager et de mettre en avant des évolutions, des continuités et des périodes de rupture (l'approche pourrait être différente si on devait traiter une période plus courte). Les candidats qui ont adopté un plan thématique en dégagant deux ou trois modèles -généralement nationaux- d'intervention de l'État, n'ont pas pu traiter le sujet de manière satisfaisante en particulier parce qu'ils ont postulé la divergence radicale de ces modèles et ont négligé les possibles rapprochements ou bien parce qu'ils ont dû simplifier excessivement les réalités nationales pour pouvoir les opposer les unes aux autres.

Rappelons toutefois que les scissions chronologiques choisies doivent impérativement être justifiées par la problématique d'ensemble du sujet. Les grandes césures politiques ne commandent pas nécessairement les évolutions sociales et il faut toujours s'interroger sur la pertinence des articulations chronologiques choisies en fonction de la problématique adoptée. Ainsi les guerres (14-18, 39-45) ne constituent des ruptures pertinentes que si le candidat a su montrer qu'elles commandent des réorientations importantes pour le sujet proposé : intervention plus forte de l'État dans les relations sociales dans le cadre d'une mobilisation de la population qui se prolonge après la guerre. Mais on pouvait également mettre en évidence d'autres types de ruptures qui permettaient par exemple de dégager avec plus de force la spécificité de moments historiques comme la dictature nazie, la période du Front populaire ou bien les mouvements sociaux de 1968. Certaines copies ont ainsi privilégié les ruptures liées aux crises économiques (crise de 1929, choc pétrolier) en montrant qu'elles avaient conduit à des remises en cause et à des réorientations importantes dans les rapports entre les acteurs étatiques et les partenaires sociaux. Quelques copies ont par ailleurs dégagé avec bonheur des périodes de mutations qui constituaient des longs moments de réajustement dans la chronologie, comme les années 1920 ou les années 1960.

Il était par ailleurs possible -voire nécessaire- d'établir des chronologies différenciées suivant les pays afin de ne pas être obligé de traiter dans une même partie le Front populaire et le nazisme ce qui a conduit certains candidats à des prouesses rhétoriques quelque peu artificielles. Car il est toujours nécessaire de situer les différents éléments abordés dans leur contexte historique spécifique. Les copies, trop nombreuses qui se contentent d'énumérer les formes d'intervention de l'État sans en éclairer le sens par rapport à leur contexte propre, national et chronologique, ne traitent pas réellement le sujet.

#### *La question de la comparaison entre les différents pays*

Dans toutes les copies la France est surreprésentée dans les développements. Ceci s'explique et se justifie par le fait que le sujet posé était au croisement des deux questions dont une était consacrée exclusivement à la France. Cette surreprésentation n'a donc pas été sanctionnée, dans la mesure où les candidats ont, et c'est le cas le plus fréquent, consacré des développements, mêmes moins fournis, aux deux autres pays. Mais les copies qui ont tenté de respecter un plus grand équilibre entre les pays ont été valorisées. Notons par ailleurs que si les connaissances sur l'Allemagne sont globalement acceptables -moyennant des simplifications et des clichés parfois choquants-, le Royaume Uni n'apparaît souvent qu'à l'occasion du plan Beveridge et du néo-libéralisme. Les connaissances sur ce pays sont le plus souvent très insuffisantes et il faut absolument que les candidats fassent l'effort de lire des ouvrages en anglais s'ils ne trouvent pas suffisamment d'information dans la littérature en français.

Rappelons enfin que les sujets posés sont presque toujours comparatifs. Il convient donc de tenter de faire un inventaire des ressemblances et des différences entre les différents pays, de tenter de dégager des voies ou des modèles nationaux et de montrer dans quelle mesure on peut ou non dégager des convergences qui s'affirment ou

au contraire se réduisent selon le temps. Les copies qui négligent cette dimension comparative et se contentent de superposer des exemples nationaux sont sanctionnées.

### ***Conclusion***

La conclusion est très souvent bâclée, faute de temps. Rappelons à ce propos qu'une bonne copie n'est pas nécessairement une copie très abondante (c'est souvent le contraire qui est vrai).

La conclusion devrait reprendre les grandes directions de la problématique et les articulations de l'argumentation et ouvrir sur de nouvelles questions suggérées par le sujet proposé.

# Rapport sur l'épreuve de leçons

Mme C. Omnès, MM C. Bidard, B. Valade

Les membres du jury ont écouté 52 leçons, plusieurs candidats admissibles, sceptiques sur leurs chances de réussite, ayant renoncé à se présenter et se privant ainsi d'un entraînement qui aurait pu servir l'année suivante. Les leçons ont été notées de 4 à 17. L'évaluation, prenant en compte à la fois le contenu de la leçon et la prestation orale, est globale afin de tester le potentiel des candidats en matière d'enseignement.

Autant qu'à estimer les connaissances des candidats, la leçon vise à juger la capacité à délimiter un sujet, structurer un plan, développer un raisonnement et l'exposer en retenant l'attention de l'auditoire. Les candidats admissibles ayant *a priori* une bonne culture de base en économie et en sociologie, seuls quelques-uns sont déroutés par le sujet à traiter et se trouvent en véritable défaut de connaissances. C'est évidemment plus souvent le cas pour ceux dont la spécialité d'origine n'est pas celle tirée pour la leçon (à cet égard, les jurys d'oral et de l'épreuve sur dossier ont veillé à harmoniser globalement les notes attribuées en économie et sociologie de façon à ne pas pénaliser l'une de ces disciplines), et le candidat est conscient lui-même des lacunes de fond. Pour les autres, la différence tient surtout à la qualité de l'exposé. Un petit nombre de candidats se lancent à l'assaut sans avoir pris le temps de réfléchir à l'énoncé même (ainsi, un sujet intitulé « la théorie [...] aujourd'hui » doit faire largement référence à des auteurs contemporains). D'autres semblent arriver avec un plan pré-conçu (une dialectique Boudon/Bourdieu ou néo-classiques/keynésiens) dont la pertinence pose évidemment problème lorsqu'un tel programme est appliqué hors de propos, ou est loin d'épuiser le thème.

Si les sujets proposés sont en grande majorité classiques et ne visent nullement à « piéger » le candidat, ils sont aussi divers, de portée générale ou précisément ciblée, allant d'une réflexion sur le statut du discours économique (« science et/ou idéologie ») à la politique économique ou sociale (« la réduction du temps de travail », "les politiques publiques"). L'angle d'attaque est donc différent, mais le jury souhaite un exposé qui ne soit ni purement théorique ni purement factuel.

Dans l'introduction le jury attend une présentation générale du sujet qui, selon le cas, peut-être accompagnée d'une brève justification (actualité, importance théorique, ou pratique illustrée par une ou deux statistiques...) autre que « depuis toujours, l'homme s'est intéressé à [...] », d'une définition des concepts et, en cas d'ambiguïté, un choix dans l'interprétation du sujet. L'introduction conduit à la définition d'une problématique qui sera traitée en suivant un plan clairement annoncé. Or les problématiques font trop souvent défaut dans les leçons écoutées. Les candidats ont à leur disposition un tableau et un rétroprojecteur pour présenter ce plan (en cas d'utilisation du rétroprojecteur, ne pas retirer le transparent sitôt posé). Par la suite, l'un ou l'autre de ces moyens sera utilisé pour citer quelques références (du type : Cournot (1838) ou Weber (1921), en énonçant le titre de l'ouvrage), soutenir un raisonnement par un graphique simple, légendé, rapidement et clairement commenté ou illustrer un phénomène par quelques chiffres significatifs.

L'introduction est un moment essentiel dont la qualité laisse préjuger celle de l'ensemble de l'exposé.

Les membres du jury ont noté la qualité formelle des plans adoptés par les candidats (présentation à l'aide d'un rétroprojecteur, bonne gestion du temps), un cadrage généralement correct des thèmes à traiter, une division souvent judicieuse de la matière exposée et des articulations parfois très bien annoncées. Les candidats ont systématiquement recours à des plans en deux ou trois parties, eux-mêmes subdivisés en deux ou trois sous-parties. Cette organisation est bienvenue, mais le simple respect de cette forme traditionnelle ne suffit pas : lorsque certaines sous-parties ne sont introduites que pour des raisons de symétrie et sont vides ou répétitives, le défaut de construction est immédiatement perceptible et signale une défaillance plus grave dans la problématique. La conclusion peut être brève.

L'exposé est suivi d'une discussion d'un quart d'heure avec le jury. Le spécialiste de la discipline a la parole en premier, fait part de ses interrogations sur la construction, demande des éclaircissements et des compléments sur certains points et propose le cas échéant d'autres pistes. Son collègue de l'autre discipline intervient ensuite en demandant, le cas échéant de définir en quelques mots un autre point de vue (le « choix rationnel » ou les « inégalités sociales » intéressent tant les économistes que les sociologues). Enfin, le (la) Président(e) du jury conclut la discussion par une ou deux questions d'ordre historique se rapportant au sujet. Alternativement, et notamment sur les sujets relativement spécifiques, les deux derniers membres du jury peuvent intervenir sur des points qu'un citoyen est conduit à se poser (par exemple, enjeux sociaux de telle décision économique). Cette discussion contribue à éclairer le jury sur l'aptitude du candidat à répondre à des critiques qui, sauf en cas de mésinterprétation du sujet, ne se veulent pas destructrices.

S'agissant de la leçon de sociologie, les défauts et défaillances le plus communément relevés concernent essentiellement l'absence ou l'insuffisance d'inscription de la question à examiner dans le corpus de la sociologie classique. Trop de candidats réduisent l'examen de ladite question à la confrontation des théories contemporaines qui s'y rapportent, -celles issues notamment du néo-matérialisme historique et dialectique qui se trouvent sommairement opposées aux perspectives ouverte par l'individualisme méthodologique. Corrélativement, les généralités liminaires introduites par les candidats rendent insuffisamment compte de la généalogie de la question posée et de sa constitution en objet d'analyse sociologique. Aussi bien, la mobilisation d'un savoir fondé sur des travaux récents ne parvient-elle pas à masquer les lacunes d'une culture sociologique souvent mince.

De cette carence initiale procède la manière trop unilatérale d'envisager le sujet proposé. La diversité des traitements qu'on peut lui appliquer est, en effet, rarement mentionnée, et la pluralité des approches négligée. De telle sorte que la complexité des thèmes constitutifs des sciences sociales n'est pas assez soulignée. Cette complexité devrait être d'entrée mise en évidence par la production d'échantillons sémantiques contrastés. S'il est vrai, enfin, que la leçon a aussi pour objet d'en rendre compte et d'indiquer les moyens de la réduire, la part respective de l'élucidation conceptuelle et de la recherche empirique comme au reste l'articulation des différents niveaux d'analyse, n'ont pas été suffisamment explicitées dans les exposés entendus.

En raison de la large variété des sujets proposés, qui suppose de solides connaissances générales et l'assimilation rapide de quelques références plus spécialisées, de la nécessité d'organiser et de respecter le temps imparti, de la maîtrise du tableau et du rétroprojecteur, de la capacité à communiquer puis à discuter avec le jury, etc., l'épreuve orale fait appel à des qualités complémentaires de celles qui ont été testées à l'écrit. L'acquisition de celles-ci résulte d'une préparation spécifique et systématique dont les centres de préparation ont, semble-t-il, bien pris conscience.

**SUJETS DE SOCIOLOGIE**

Elite(s) et masse(s).

La démocratie selon Tocqueville

La justice sociale

Les politiques publiques

L'analyse des conflits sociaux

Mobilisation et action collective

La ville comme laboratoire social

La théorie du choix rationnel

Les types de l'Etat-providence

Les inégalités sociales

Les intellectuels

Conformité et déviance

Les réseaux sociaux

La reproduction sociale

Le principe de citoyenneté

Les sondages d'opinion

La sociologie de la culture

La sociabilité

La sociologie de l'entreprise

La violence collective

L'individualisme

L'Ecole de Francfort

Le changement social

Ordre, caste et classes

Vie publique et vie privée

La « communication » est-elle un mythe de notre temps ?

Modernité et post-modernité : définition et comparaison

## Listes des leçons d'économie

### Agrégation externe de Sciences Economiques et Sociales

Session 2001

### SUJETS D'ECONOMIE

Le discours économique comme science et/ou idéologie

Les cycles réels

L'indépendance de la Banque Centrale

L'équilibre budgétaire

Les anticipations rationnelles

L'instabilité des marchés financiers

La théorie post-keynésienne aujourd'hui

La spéculation

Concurrence imparfaite et croissance

Le marché du travail : quels renouvellements théoriques ?

Y a-t-il encore une place pour la politique économique ?

La consommation

Mondialisation et emploi

Les théories économiques du circuit

La réduction du temps de travail

Les ressources naturelles

L'introduction du temps dans les théories de l'équilibre

Finance et mondialisation

L'économétrie

Le capital humain

Les pays émergents

L'évolution de la répartition des revenus

Les apports de la théorie des jeux

Les effets externes

La firme

# Rapport sur l'épreuve de dossiers

Jury : M. Jean-Michel Berthelot (président), Mme Sandrine Kott, M. Christian Ottavj

## I. Eléments d'ensemble

### 1) Données statistiques globales

Candidats présents : 53 ; 25 en sociologie, 28 en économie. La dispersion des notes est donnée par le tableau ci-dessous :

note	Nombre de candidats	
	sociologie	économie
0	1	
1		
2	1	
3		
4		1
5	1	
6	2	2
7	2	4
8	3	5
9	3	2
10		5
11	1	2
12	1	2
13	1	2
14	2	1
15	1	1
16	6	1

Moyenne générale : 9,96

Moyenne en sociologie : 10,36

Moyenne en économie : 9,60

### 2) Remarques communes

Ces quelques remarques portent sur des aspects formels. Elles visent à attirer l'attention des candidats sur les exigences du jury à l'égard de l'épreuve sur dossier. Elles relèvent un certain nombre de manques et de défauts communs. Le jury doit cependant préciser que bon nombre des

candidats de cette année semblent avoir tenu compte de ces mêmes remarques présentées dans le rapport de l'agrégation 2000. Les défauts notés ont été bien moins fréquents cette année :

- gestion du temps : il convient de respecter les 30 minutes d'exposé, en évitant notamment de trop grands déséquilibres entre les parties. La plupart des candidats ont fait preuve d'une maîtrise réelle. Seul un petit nombre est resté très en deça du temps requis, ou, à l'inverse, a dû être invité à conclure. Le jury déplore notamment qu'un candidat, dont l'exposé s'annonçait très bon, ait négligé de se munir d'un instrument pourtant assez répandu de nos jours - c'est à dire d'une montre ou d'un réveil - et, après avoir démarré au pas de charge, se soit brutalement interrompu au bout de 17 minutes. Ont été sanctionnés, à l'inverse, - mais ce fut très peu fréquent - un étirement des phrases et un délayage des commentaires, qu'un oeil rivé à la montre semblait seul expliquer.

- présentation : les candidats doivent éviter de lire trop étroitement leur texte ; ils s'adressent à un public et ne doivent pas l'oublier. En règle générale, trop de candidats sont esclaves d'un exposé entièrement rédigé dont ils ne parviennent pas à se détacher. Malgré nos remarques antérieures, certains ont persisté à écrire laborieusement - et parfois de façon illisible - leur plan au tableau. Rappelons que l'usage de ce dernier ne doit pas viser à singer la classe, ou à gagner du temps, mais relever d'une exigence d'exposition ou de démonstration. Sinon, il vaut mieux s'abstenir.

- plan et commentaire : le jury attend du candidat autre chose qu'un résumé du texte ou une paraphrase plus ou moins habile. Il sanctionne une reprise telle quelle - ou maladroitement maquillée - du plan du texte. Il se perd dans des annonces de parties et de sous-parties aux intitulés démesurés. Il apprécie une problématique claire et un plan sobre lui correspondant, et souhaite qu'un juste milieu soit trouvé entre le strict suivi du texte - notamment chez les candidats désireux de « limiter les dégâts » - et son oubli total au profit de considérations générales. Il valorise enfin les capacités critiques du candidat vis à vis du texte qui lui est proposé, dès lors que celles-ci ne tombent pas dans la rhétorique des nuances convenues ou de l'éreintement infondé.

- questions et discussion : les candidats semblent parfois désarçonnés par les questions. Nous ne pouvons que reprendre ce que nous disions l'année dernière. Les questions ne visent pas à les confondre, mais à approfondir le jugement que le jury a pu se forger durant l'audition. Il s'agit parfois de revenir sur un point du texte insuffisamment commenté, sur une expression ou un auteur cités, ou de tester les connaissances du candidat dans la discipline. Il semble que l'attitude la plus efficace de sa part consiste à être authentique et attentif. Mieux vaut avouer une méconnaissance que s'enfermer. En règle

générale, il n'a pas été tenu rigueur aux candidats de leurs ignorances avouées, sauf lorsqu'elles portaient sur des points fondamentaux. En revanche, des réponses confuses, des contresens ou des affirmations fantaisistes, énoncées avec autorité, ont été sanctionnées.

### *3) Place de l'histoire*

Les questions historiques, posées systématiquement à la fin des exposés, visent à évaluer la capacité du candidat à inscrire une réflexion d'ordre sociologique ou économique dans la durée et dans la diversité des civilisations. Il ne s'agit donc nullement de piéger le candidat dans une érudition pointilleuse sans rapport avec les textes proposés. L'histoire de la pensée sociologique et celle de la pensée économique sont évidemment sollicitées. Les candidats ne peuvent, par exemple, s'étonner d'être invités à replacer un Durkheim ou un Keynes dans le contexte de leur époque.

Quant aux connaissances factuelles parfois demandées, elles relèvent toujours d'une connaissance honnête et citoyenne des grandes évolutions du monde au cours des derniers siècles. Quelques jalons chronologiques ou la maîtrise de quelques grandes notions de l'histoire institutionnelle, économique, sociale et culturelle permettent ainsi de tester l'aptitude du futur professeur à participer à la formation générale de ses élèves, et à coopérer avec ses collègues professeurs d'histoire et géographie et de lettres, dans le cadre des équipes pédagogiques indispensables.

## **II. Remarques sur les textes d'économie**

A une exception près (soit le texte de J-Y. Caro), les dossiers n'étaient pas strictement théoriques. Ils traitaient de problèmes d'actualité : l'allègement de la dette des pays pauvres, la réduction du temps de travail, le contrôle des mouvements de capitaux, la fiscalité, le retour au plein emploi, la liaison entre l'ouverture d'une économie et l'instabilité de sa croissance, le rôle des banques.

Dans chacun des cas, il fallait clarifier les mécanismes économiques essentiels au cœur de ces textes en évitant :

- d'associer de façon "mécanique" des concepts à des auteurs sans les expliciter ;
- de présenter un "catalogue" d'auteurs dans le seul but de montrer son érudition ;

- d'éviter de replacer des auteurs "à la mode" quel que soit le sujet (exemple, nous avons eu droit à des développements sur la "monnaie souveraine" ou sur le mimétisme, références à des auteurs tels qu'Aglietta ou Orléan, dans des textes portant sur la fiscalité ou sur les mouvements de capitaux!).

Il fallait éviter de commenter le texte dans une première partie, pour dire ensuite que le sujet traité s'intégrait dans un domaine plus large, ce dernier faisant l'objet d'une seconde partie. Souvent, les candidats donnaient l'impression que les auteurs de ces textes étaient passés à côté du sujet. Deux exemples : sur un texte portant sur la croissance, il nous a été dit que les auteurs avaient ignoré les questions tenant au développement économique, et sur un texte portant strictement sur la fiscalité, qu'ils avaient ignoré la question (beaucoup plus fondamentale..., des prélèvements obligatoires). Il est donc souhaité que les candidats aient un certain esprit critique par rapport aux textes, mais point trop n'en faut.

Il convient enfin de rappeler que les questions posées aux candidats ne visaient pas à les piéger, mais plutôt à vérifier leurs connaissances théoriques, factuelles ou historiques, et d'expliquer à des non spécialistes de l'économie certains mécanismes en la matière. Quelques exemples à ce sujet. Certains candidats ont été incapables de nous expliquer pourquoi la demande de travail baissait avec la hausse du salaire réel (question pourtant accessible à un étudiant en DEUG). Même incapacité à définir un taux de change réel ou à expliquer pourquoi une hausse des impôts pouvait conduire les agents à travailler plus ou moins (nous attendions une réponse reprenant les effets de substitution et de revenu). A la question "en changes fixes, pourquoi une entrée de capitaux provoque-t-elle une hausse de la masse monétaire", très peu de réponses ont été apportées alors qu'il suffisait de dire que les autorités monétaires étaient contraintes d'intervenir pour enrayer l'appréciation du taux de change.

Enfin, il conviendrait que les candidats aient un minimum de connaissances factuelles. Quelques exemples d'incapacité :

- le niveau d'activité (voire le taux de chômage) en France ;
- la nomenclature des secteurs institutionnels en comptabilité nationale ;
- les agrégats monétaires ;
- le classement des impôts par ordre d'importance ;
- les poids respectifs de la fiscalité et de la parafiscalité en France ;
- le montant de la dette publique française, de son déficit budgétaire, etc.

### III. Remarques sur les textes de sociologie

Comme l'année dernière, l'option a été choisie de donner des textes récents, divers par leur objet, leur domaine, leur méthodologie et ne recoupant pas les questions de l'écrit : sociologie de l'art, de la science, du sport, de l'éthique, des mobilisations collectives, sociologie économique etc. ; modélisation logique, observation participante, autobiographie, études documentaires, entretiens, questionnaires, analyse socio-historique... L'épreuve a donné lieu à des résultats encourageants : près de la moitié des notes sont supérieures à la moyenne (12), et les 9 candidats (soit plus du tiers) ayant obtenu entre 14 et 16 ont fait de très bons exposés, manifestant non seulement une réelle maîtrise formelle de l'exercice, mais une culture sociologique de grande qualité. Paradoxalement peut-être, les textes les plus difficiles par leur thème, leur facture, leurs références théoriques sont ceux qui ont donné lieu aux meilleurs exposés.

Les défauts spécifiques notés dans le précédent rapport (introductions artificielles et scolaires, citation d'auteurs non maîtrisés) se sont beaucoup moins manifestés cette année et, sur les questions formelles, il n'y a rien de particulier à ajouter aux remarques communes présentées au début de ce rapport.

Les notes inférieures à la moyenne s'expliquent, soit par une démission totale face au texte - pour les plus mauvaises d'entre elles -, soit par une difficulté à appréhender clairement sa problématique et son argumentation, soit encore par une sorte d'incapacité à entrer en empathie avec le propos de l'auteur et par conséquent, à en reconstituer la logique. Dans ces deux derniers cas, l'article donné à analyser n'est saisi que partiellement et son commentaire est émaillé de faux sens, d'oublis, de paraphrases, parfois de redondances, de critiques extérieures à sa problématique, d'utilisation de notions floues et de références inadaptées.

A côté des défauts formels, notés dans les remarques générales, et de ces manifestations diverses d'incompréhension du texte, un dernier point mérite d'être mentionné, valant aussi bien pour les candidats heureux que malheureux. Si les meilleurs d'entre eux ont fait preuve d'une culture sociologique réelle et nuancée, d'autres ont laissé paraître ce que la récurrence des propos autorise à identifier comme une vulgate. Au delà de formes triviales - où la sociologie semble tout entière se concentrer en un ou deux noms - des formes plus subtiles et préoccupantes sont apparues : une sorte de prérequis qualitatif et

interactionniste - d'ailleurs souvent mal circonscrit - semblait, pour quelques candidats, définir la sociologie. Cela en mit en difficulté certains, confrontés à des textes usant de méthodologies quantitatives - au demeurant très classiques - : non seulement identifier ces méthodes leur fut parfois difficile - et Lazarsfeld apparut bien méconnu - mais le jury put avoir le sentiment qu'elles étaient en soi un motif d'invalidation.

S'il n'est pas exigible que les candidats aient une culture sociologique parfaitement affûtée, il paraît néanmoins requis qu'ils aient des repères clairs quant aux grands courants de la discipline et qu'ils puissent se départir de la naïveté consistant à croire, non seulement qu'il y aurait des références d'autorité, mais qu'en outre elles auraient échappé aux modestes auteurs dont ils commentent les textes !

## Dossiers de sociologie

1. Raynaud D., L'émergence d'une sociologie des oeuvres. Une évaluation critique, *Cahiers internationaux de sociologie*, vol CVI, 1999, p. 119-143
2. Rosental C., La production des connaissances scientifiques en logique : un objet d'investigation sociologique, *Cahiers internationaux de sociologie*, vol CIX, 2000, 343-376
3. Peneff J., Football : la pratique, la carrière, les groupes, *Sociétés contemporaines*, n° 37, 2000, p. 121-141
4. Felouzis G., Repenser les inégalités à l'université. Des inégalités sociales aux inégalités locales dans trois disciplines universitaires, *Sociétés contemporaines*, n° 38, 2000, p. 67-97
5. Bateman Novaes S., La bioéthique, comme objet sociologiques, *Cahiers internationaux de sociologie*, vol CIV, 1998, p. 5-32
6. Testart A., Importance et signification de l'esclavage pour dettes, *Revue française de sociologie*, vol 41-4, 2000, p. 609- 641
7. Kellerhals J. et alii, Les formes du sentiment de responsabilité dans les mentalités contemporaines, *Revue française de sociologie*, vol 41-2, 2000, p. 307-329
8. Blin T., Une approche de la construction des cadres de l'action. De « Saint Bernard » au mouvement contre le projet de loi Debré, *L'Année sociologique*, t. 50 n°1, 2000, p. 119-146
9. Topalov C., Une révolution dans les représentations du travail. L'émergence de la catégorie statistique de « population active » au XIX ème siècle en France, en Grande Bretagne et aux USA, *Revue française de sociologie*, vol XL - 3, 1999, p. 445-473
10. Dubuisson-Quellier S., Le prestataire, le client, le consommateur. Sociologie d'une relation marchande, *Revue française de sociologie*, vol XL- 4, 1999, p. 671-688

## Dossiers d'économie

1. Mirrlees J. A., Les impôts. Pourquoi ? Combien ?, *Revue française d'économie*, n°4, 2000, pp. 3-18.
2. Malinvaud E., France : retour au plein emploi, *Futuribles*, février 2001, p. 31-58.
3. Allegret J.-P., Quel rôle pour les contrôles des mouvements internationaux de capitaux, *Economie internationale, La revue du CEPII*, n°81, 2000, p. 77-106.
4. Dupont G., Sterdyniak, H., La réforme fiscale en France : bilan et perspectives, *Revue de l'OFCE*, n°75, octobre 2000, p.183-216.
5. Eber N., Les relation bancaires de long terme, *Revue d'économie politique*, 111 (2), mars-avril 2001, p. 194-246.
6. Cahuc P., L'expérience française de réduction du temps de travail : moins d'emplois et plus d'inégalités, *Revue française d'économie*, n°3, 2000, p. 142-158.
7. Cohen B. J., Contrôle des capitaux. Pourquoi les gouvernements hésitent-ils ?, *Revue économique*, vol. 52, n°2, mars 2001, p. 207-232.
8. Allègement de la dette des pays pauvres : un marché de dupes :
  - Raffinot M., Réduction de la dette : un échec économique, *L'Economie PolitiqueI*, n°3, 2000, p. 73-86 ;
  - Short C., Alléger la dette pour réduire la pauvreté, *L'Economie PolitiqueI*, n°3, 2000, p. 87-96.
9. Combes J.-L., Guillaumont P., Guillaumont-Jeanneney S., Motel-Combes P., Ouverture sur l'extérieur et instabilité des taux de croissance, *Revue française d'économie*, hiver 2000, p. 3-31.
10. Caro J.-Y., Réflexions sur quelques caractéristiques de la production en sciences économiques, *Revue économique*, n°1, janvier 1996, p. 5-32.

# Rapport de l'épreuve orale de Mathématiques du concours de l'agrégation de sciences sociales

Nicolas BROUARD, Louis FERRÉ, Sébastien MOYNOT

5 - 8 juin 2001

Cette année encore, le niveau des candidats est très hétérogène même s'il y a un net progrès par rapport à l'an passé puisque la moyenne augmente d'un point (de 8,5 à 9,46) et que le premier quartile passe de 3 à 6.

Certains candidats n'ont manifestement pas du tout préparé cette épreuve. La meilleure façon de faire nous semble d'utiliser les rapports des années précédentes et de connaître les résultats au programme.

Comme il s'agit d'une épreuve de mathématiques appliquées, il est important de savoir interpréter des résultats et de comprendre la logique de l'exercice. Il faut aussi savoir mener un minimum de calculs. Certains candidats ne l'ont pas compris or on ne trompe pas le jury en se contentant de paraphraser l'énoncé, même lorsque celui-ci semble s'y prêter.

Le bon sens peut aider dans cette matière, certains candidats semblent ne pas vouloir s'en servir.

On note une amélioration des connaissances élémentaires des fonctions logarithme et exponentielle fréquemment utilisées en sciences sociales et sous toutes leurs formes (dérivées logarithmiques, élasticités, équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants, échelle logarithmique, temps de doublement etc.)

Les candidats sont encore hésitants sur les intégrations par parties très simples. Une intégrale double qui se ramène aisément au calcul d'une intégrale simple les a effrayés.

En probabilité, les candidats savent en général manipuler des lois discrètes, mais ont plus de difficultés avec les distributions continues. Le théorème de Bayes est souvent connu mais non maîtrisé. L'espérance d'une loi exponentielle de paramètre donné est enfin connue.

En statistique, le listing du résultat d'une régression linéaire multiple en a dérouté plus d'un. Certains n'ont pas même pu écrire l'équation du modèle de régression. L'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative du test de nullité d'un coefficient (Student) ou de plusieurs coefficients (Fisher) ne sont pas correctement formulées.

En démographie, le diagramme de Lexis n'est toujours pas connu des candidats. Certains ne voient pas de différence entre l'âge et l'année de

naissance et n'ont donc rien compris au problème consacré à l'estimation du nombre d'avortements parmi les mineures qui varie du simple au double si on néglige cette différence.

Ces constats négatifs ne valent heureusement pas pour tous les candidats. Ainsi en économie le calcul d'une optimisation sous contrainte (Lagrange) est assez bien maîtrisé.

Le jury est attentif aux réactions des candidats pendant l'épreuve. Apprendre à maîtriser son stress est une composante importante de l'épreuve. Même si durant sa préparation le candidat a fait fausse route, il peut tout à fait se rattraper durant son passage devant le jury. La gestion du tableau n'est pas maîtrisée par beaucoup de candidats qui y écrivent n'importe où.

Tous les candidats devraient connaître l'alphabet grec car les lacunes pour les lettres fréquemment utilisées en mathématique comme theta  $\theta$ , eta  $\eta$ , lambda  $\lambda$ , nu  $\nu$  et psi  $\psi$  sont immenses.

Le jury juge aussi la compréhension par les candidats de la démarche des exercices en particulier dans les modélisations économiques, démographiques ou statistiques.

Nous souhaitons que les corrigés des sujets proposés à cet oral, même s'ils ne sont pas exhaustifs, puissent être l'occasion tant pour les candidats, leurs préparateurs ou leurs futurs élèves de comprendre l'intérêt des mathématiques pour les sciences sociales.

Nous rappelons également que les oraux sont publics et que les futurs candidats peuvent y assister.

Distribution des notes	
min :	0,5
max :	19
Moyenne :	9.46
Médiane :	9.0
Ecart-type :	5,7
Premier quartile :	6
Troisième quartile :	14

## Investissement et durée optimale d'utilisation

On considère une entreprise utilisant un bien d'équipement dans le processus de production. Cette entreprise cherche à déterminer, en fonction des coûts d'acquisition et de maintenance, la durée d'utilisation optimale de cette machine. On suppose que celle-ci se caractérise par :

- un coût  $I$  à l'acquisition
- des coûts annuels de fonctionnement et de maintenance qui dépendent de l'ancienneté de la machine.

On note  $C(u)$  le coût annuel d'une machine d'âge  $u$ . On suppose que  $I$  et  $C(u)$  ne sont pas modifiés au cours du temps. On note  $T$  le nombre d'années pendant lesquelles une même machine est utilisée, avant d'être remplacée par une nouvelle machine qui coûtera toujours  $I$  et entraînera les mêmes coûts d'utilisation et de maintenance  $C(u)$ . On cherche à déterminer la valeur optimale de  $T$ .

On notera  $R$  le taux d'intérêt annuel que l'on supposera constant ; une somme  $S$  placée (resp. empruntée) l'année  $n$  permet de disposer (resp. exige un remboursement) de  $(1 + R) \times S$  l'année  $(n + 1)$ .

### Question 1 :

De quelle somme faut-il disposer à la date 0 (que l'on peut placer chaque année) pour faire face à une dépense  $D$  l'année  $n$  ?

Calculer alors la somme dont-il faut disposer à la date 0 pour acquérir et faire fonctionner une même machine pendant  $T$  années.

Que représente

$$\frac{1}{(1 + R)^T} \left( I + \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1 + R)^t} \right) ?$$

Montrer que la somme dont il faut disposer à la date 0 pour faire face à tous les frais liés à l'acquisition d'une machine à la date 0 et à son utilisation pendant  $T$  années, puis alors à l'acquisition d'une nouvelle machine qui sera de nouveau utilisée pendant une durée de  $T$  années, et le fait de poursuivre ce processus à l'infini est donnée par :

$$S(T) = \left( I + \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1 + R)^t} \right) \times \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^T}}$$

### Question 2 :

On pose  $U(T) = R \times S(T)$ . Calculer la somme dont il faut disposer à la date 0 pour pouvoir faire face chaque année  $t$  ( $t = 1, 2, 3, \dots, n$ ) à une dépense égale à  $U(T)$ . Interpréter ce résultat.

**Question 3 :**

Montrer que l'on a  $U(T+1) > U(T)$  si et seulement si  $C(T+1) > U(T)$ .  
On démontrera l'équation

$$U(T+1) - U(T) = R \times \left( I + \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1+R)^t} \right) \times \left( \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^{T+1}}} - \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^T}} \right) + R \times \frac{C(T+1)}{(1+R)^{T+1} - 1}$$

qui conduit à :

$$U(T+1) - U(T) = \frac{R}{(1+R)^{T+1} - 1} \times (C(T+1) - R \times S(T))$$

**Question 4 :**

Intuitivement, comment varie  $C(t)$  en fonction de  $t$  ?

Montrer que sous cette hypothèse,  $U(T+1) > U(T)$  implique  $U(T+2) > U(T+1)$ . On utilisera les calculs de la question précédente, en remarquant que

$$U(T+2) - U(T+1) = \frac{R}{(1+R)^{T+2} - 1} (C(T+2) - C(T+1) + C(T+1) - U(T) + U(T) - U(T+1)).$$

Qu'en déduit-on sur le sens de variation de  $U(T)$  ?

Comment détermine-t-on le niveau optimal de  $T$  ?

**Question 5 :**

On suppose que  $C(t)$  ne dépend pas de l'âge de la machine et est donc constamment égal à une constante  $C$ . Calculer alors  $U(T)$ . Que faut-il faire pour minimiser  $U(T)$  ? Commenter.

**Question 6 :**

On suppose ici que le coût d'utilisation annuel croît à un taux constant  $a$ . Trouver la relation entre  $C(t+1)$  et  $C(t)$ . En déduire que l'on peut écrire  $C(t) = K(1+a)^t$  pour une constante  $K$ .

On suppose dans ce qui suit que  $a$  et  $R$  sont négligeables devant 1 et que l'on peut alors faire les approximations suivantes :

$$(1+x)^k \approx 1+kx \quad \text{si } x = a \text{ ou } R$$

En déduire une approximation de  $U(T)$  de la forme :

$$\alpha + \frac{\beta}{T} + \gamma \times T.$$

Etudier la fonction  $f(x) = u \times x + \frac{v}{x}$  où  $u$  et  $v$  sont deux réels  $> 0$  et déterminer en quel point elle atteint son minimum.

En déduire une valeur approchée de  $T$  optimal dans le cas où les approximations précédentes sont valables.

## Investissement et durée optimale d'utilisation (corrigé)

### Question 1

Si l'on dispose d'une somme  $S$  à la date 0 et qu'on la place, on disposera d'une somme  $(1+R) \times S$  l'année 1, puis  $(1+R) \times (1+R) \times S$  l'année 2... et finalement  $(1+R)^n \times S$  l'année  $n$ , d'où  $S = \frac{D}{(1+R)^n}$  placée dès l'année 0 permet de disposer d'une somme  $D$  l'année  $n$ .

Acquérir en 0 la machine et la faire fonctionner les années  $1, 2, 3, \dots, T$  revient à dépenser  $I$  à la date 0 puis  $C(1)$  l'année 1, puis  $C(2)$  l'année 2, ... ; il faut donc, pour faire face à ces dépenses, disposer à la date 0 d'une somme égale à  $I + \frac{C(1)}{(1+R)} + \frac{C(2)}{(1+R)^2} + \dots + \frac{C(T)}{(1+R)^T}$ , ce qui s'écrit  $I + \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1+R)^t}$ .

$\frac{1}{(1+R)^T} (I + \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1+R)^t})$  est la somme dont il faut disposer à la date 0 pour dépenser  $I + \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1+R)^t}$  l'année  $T$ ; c'est donc la somme vue de 0 qui permet d'acquérir une machine l'année  $T$  et de la faire fonctionner pendant les années  $T+1, T+2, \dots, 2T$ .

Le procédé consiste à acheter une nouvelle machine toutes les  $T$  années, c'est-à-dire à des dates de la forme  $kT$  avec  $k$  entier, et à la faire fonctionner pendant les années  $kT+1, kT+2, \dots, kT+T$  et ce pour toute les valeurs entières de  $k$ . De façon analogue à ce qui précède, la somme dont il faut disposer à la date 0 sera :

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(1+R)^{kT}} \left( I + \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1+R)^t} \right) = \left( I + \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1+R)^t} \right) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(1+R)^{kT}}$$

ce qui donne le résultat souhaité d'après la formule de la somme d'une série géométrique : si  $a$  est tel que  $-1 < a < 1$ , alors  $\sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1}{1-a}$ .

### Question 2

Pour dépenser  $U(T)$  l'année  $n$ , il faut disposer à la date 0 de  $\frac{U(T)}{(1+R)^n}$ . La somme cherchée est  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{U(T)}{(1+R)^n}$  et vaut :

$$\frac{U(T)}{(1+R)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(1+R)^k} = \frac{U(T)}{(1+R)} \frac{1}{1 - \frac{1}{1+R}} = \frac{U(T)}{R} = S(T).$$

Ainsi dépenser  $U(T)$  chaque année est financièrement équivalent aux dépenses de la question 1. Ces flux correspondent aux intérêts à payer si l'on emprunte pendant une durée infinie la somme  $S(T)$ .

### Question 3

En écrivant

$$U(T+1) = R\left(I + \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1+R)^t}\right) \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^{T+1}}} + R \frac{C(T+1)}{(1+R)^{T+1}} \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^{T+1}}}$$

on obtient la première égalité. Puis on remarque que :

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^{T+1}}} - \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^T}} &= \frac{(1+R)^{T+1}((1+R)^T - 1) - (1+R)^T \times ((1+R)^{T+1} - 1)}{((1+R)^T - 1) \times ((1+R)^{T+1} - 1)} \\ &= \frac{(1+R)^T \times (1 - (1+R))}{((1+R)^T - 1) \times ((1+R)^{T+1} - 1)} \end{aligned}$$

ce qui s'écrit aussi

$$\frac{-R}{(1+R)^{T+1} - 1} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^T}}$$

d'où

$$\begin{aligned} R \times \left(I + \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1+R)^t}\right) \times \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^{T+1}}} - \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^T}}\right) \\ = R \times \left(I + \sum_{t=1}^T \frac{C(t)}{(1+R)^t}\right) \times \frac{R}{(1+R)^{T+1} - 1} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^T}} \end{aligned}$$

ce qui vaut  $\frac{R}{(1+R)^{T+1} - 1} \times (-RS(T))$  et ce qui donne la seconde égalité suggérée dans l'énoncé, qui s'écrit aussi :

$$U(T+1) - U(T) = \frac{R}{(1+R)^{T+1} - 1} (C(T+1) - U(T))$$

### Question 4

$C(t)$  est une fonction croissante de  $t$  du fait de l'usure de la machine. L'égalité suggérée dans l'énoncé est évidente du fait des résultats de la question précédente et des simplifications immédiates. D'autre part, on remarque que :

$$C(T+1) - U(T) + (U(T) - U(T+1)) = \left(1 - \frac{R}{(1+R)^{T+1} - 1}\right) \times (C(T+1) - U(T))$$

or comme  $R > 0$ , le premier terme de ce produit l'est aussi et le second l'est dès que  $C(T+1) > U(T)$  ce qui est le cas lorsque  $U(T+1) > U(T)$ . Comme

$C(T+2) > C(T+1)$  on voit, grâce à l'égalité suggérée dans l'énoncé, que  $U(T+2) > U(T+1)$  dès que  $U(T+1) > U(T)$

Dans ces conditions, où bien  $U$  est toujours décroissante et l'on ne remplacera jamais la machine, ou bien elle est décroissante puis croissante et alors jusqu'à l'infini et la durée optimale correspond à la date où il y a changement de sens de variation (c'est à ce moment là que  $U$  sera minimum).

### Question 5

Notons  $C(t) = K$  alors les calculs conduisent à

$$U(T) = R \times \left( I + \frac{K}{1+R} \times \frac{1 - \frac{1}{(1+R)^T}}{1 - \frac{1}{(1+R)}} \right) \times 1 - \frac{1}{(1+R)^T}$$

soit  $U(T) = \frac{R \times I}{1 - \frac{1}{(1+R)^T}} + K$  et donc  $U(T)$  est décroissante avec  $T$ , donc pour minimiser  $U$  il faut faire tendre  $T$  vers l'infini, c'est-à-dire que l'on ne renouvelle jamais la machine, ce qui est intuitif puisque les coûts d'entretiens sont constants, une nouvelle machine ne présente donc aucun avantage.

### Question 6

On a  $C(t+1) = (1+a) \times C(t)$  d'où  $C(t) = K \times (1+a)^t$ . On en déduit donc que

$$U(T) = R \times \left( I + \sum_{t=1}^T K \times \left( \frac{1+a}{1+R} \right)^t \right) \times \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^T}}$$

ce qui conduit à

$$U(T) = R \times \left( I + K \times \frac{1 - \left( \frac{1+a}{1+R} \right)^T}{1 - \left( \frac{1+a}{1+R} \right)} \times \left( \frac{1+a}{1+R} \right) \right) \times \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+R)^T}}$$

d'où

$$U(T) \simeq R \times \left( I + K \times \frac{1 - \left( \frac{1+Ta}{1+TR} \right)}{R - a} \times (1+a) \right) \times \frac{1 + RT}{1 + RT - 1}$$

et donc  $U(T) \simeq \frac{I}{T} + RI + KT$ .

L'étude de la fonction  $f$  montre que le minimum est atteint en  $\sqrt{\frac{v}{u}}$ ; on en déduit donc que la durée optimale d'utilisation doit être voisine de  $\sqrt{\frac{I}{K}}$

## Grossesses des adolescentes

En France, les deux sources statistiques qui permettent de quantifier le nombre des grossesses et leur issue ainsi que d'analyser leurs évolutions par âge et dans le temps sont d'une part les naissances vivantes déclarées à l'état civil et d'autre part les interruptions volontaires de grossesse déclarées par le médecin qui a pratiqué l'avortement (cette statistique existe depuis la loi Veil de 1975).

Parmi ces naissances et interruptions on s'intéresse plus particulièrement à celles pour lesquelles la mère est encore mineure, c'est à dire n'a pas atteint sa 18e année.

1. Le formulaire de déclaration obligatoire d'une intervention volontaire de grossesse ne permet pas d'inscrire l'âge de la mère au moment de l'acte mais seulement son année de naissance. Montrer en vous aidant d'un diagramme de Lexis, c'est à dire d'un diagramme où l'axe des abscisses est le temps et celui des ordonnées l'âge, que l'unique renseignement sur l'année de naissance ne permet pas de connaître le nombre des avortements de mineures.
2. Rappel sur le calcul d'un taux de croissance. Soit  $P_t$  un effectif observé à la date exacte  $t$ . Son taux de croissance instantané à la date  $t$  est  $\frac{P'(t)}{P(t)}$ . On définit le taux de croissance,  $\rho_{t_0, t_1}$ , moyen observé entre les dates  $t_0$  et  $t_1$  par :

$$\rho_{t_0, t_1} = \frac{P_{t_1} - P_{t_0}}{\int_{t_0}^{t_1} P(u) du} \quad (1)$$

Montrer qu'il est égal à :

$$\frac{\ln \frac{P_{t_1}}{P_{t_0}}}{t_1 - t_0} \quad (2)$$

si le taux de croissance instantané est constant sur toute la période. On admettra par la suite que si le taux de croissance varie au cours de la période, le taux moyen calculé sur la période correspond à la valeur du taux instantané au milieu de la période.

3. En 1996, parmi l'ensemble des femmes nées en 1978, 5046 ont eu recours à l'avortement et 3538 ont donné naissance à un enfant. En 1997, ces femmes sont toutes majeures et ont déclaré 6893 IVG et 6885 naissances 6885.

Calculer le taux de croissance moyen entre 18 et 19 ans au sein de cette cohorte, des IVG puis celui des naissances.

La figure 1 donne les statistiques d'avortements et de naissances aux autres âges en 1996 et 1997. Calculez les taux de croissance entre 17 et 18 ans, 16 et 17 ans, 15 et 16 ans en cohorte, c'est à dire entre deux losanges perspectifs attachés à une même cohorte (zones hachurées). Commentez.

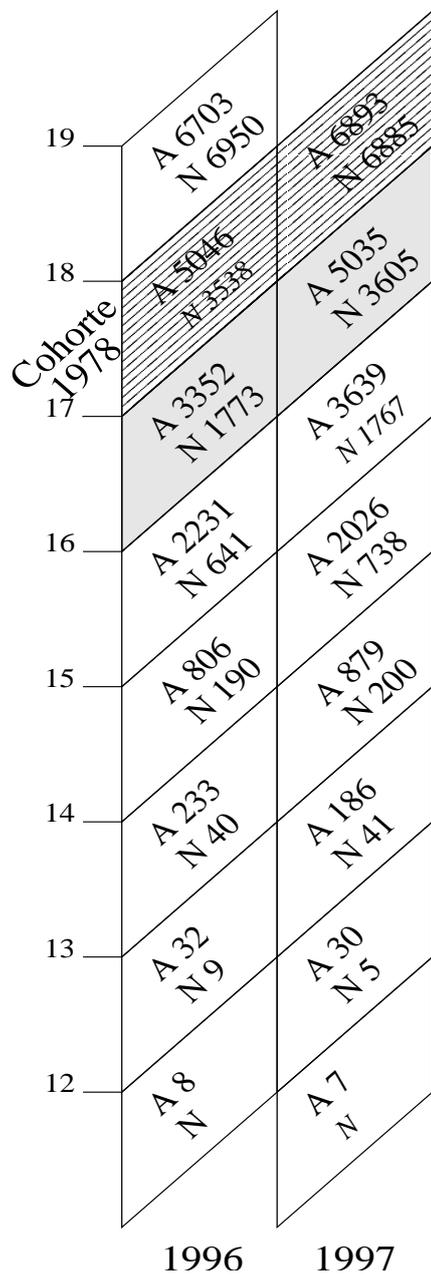


FIG. 1 – Diagramme de Lexis des naissances et avortements en 1996 et 1997

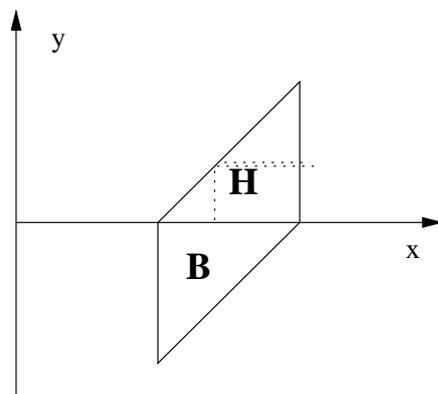


FIG. 2 – Pièce de métal en forme de diagramme perspectif dont l'épaisseur est variable en fonction de  $y$  (vue de dessus).

4. On cherche à connaître la répartition des naissances ou des avortements, au sein d'un diagramme de Lexis perspectif, suivant que les événements ont eu lieu avant l'anniversaire (B=bas) ou après (H=haut). Pour cela, on va considérer dans un premier temps une pièce de métal dont la forme est un diagramme perspectif. On utilise un système de coordonnées  $(x, y)$  représenté sur la figure 2.

On suppose que l'épaisseur de la pièce de métal  $a(x, y)$  est invariante en  $x$  mais croît exponentiellement avec  $y$ . Le poids ou densité en  $(x, y)$  s'écrit :

$$a(x, y) = a \exp(\rho y). \quad (3)$$

où  $\rho$  est ainsi le taux de croissance. Calculez la masse de la partie haute de la pièce de métal (notée  $H$  sur la figure) en fonction de  $a$  et  $\rho$ . De même calculez la masse de la partie basse  $B$ .

5. Montrer que les proportions  $\frac{H}{H+B}$  et  $\frac{B}{H+B}$  valent respectivement :

$$\frac{H}{H+B} = \frac{\exp(\rho) - (1 + \rho)}{\exp(\rho) + \exp(-\rho) - 2} \quad (4)$$

$$\frac{B}{H+B} = \frac{\exp(-\rho) - (1 - \rho)}{\exp(\rho) + \exp(-\rho) - 2} \quad (5)$$

6. Soit  $a(t, x)$  la densité des avortements à l'âge  $x$  et à la date  $t$ . On suppose que la densité des avortements, au sein d'un losange perspectif, croît exponentiellement avec l'âge mais est invariante dans le temps :

$$a(t, x) = a \exp(\rho x). \quad (6)$$

On fait de plus l'hypothèse que le taux de croissance est uniforme et identique pour deux diagrammes perspectifs attachés à une même cohorte (partie grisée de la figure 1. Calculez, au sein d'un losange perspectif, la part des avortements ayant eu lieu avant le 18e anniversaire en 1996.

7. Faire les mêmes calculs pour les naissances.
8. La durée moyenne de gestation conduisant à une naissance est de 9 mois, celle conduisant à une interruption volontaire de grossesse est de 8 semaines. Comment calculeriez-vous la proportion des conceptions (une conception est définie ici comme une grossesse conduisant soit à un avortement soit à une naissance) qui donnent lieu à un avortement volontaire après 8 semaines de conceptions ?

## Grossesses des adolescentes (corrigé)

Il s'agit d'un sujet d'actualité puisque la loi concernant la demande d'autorisation parentale des jeunes filles mineures venait d'être assouplie.

Le sujet porte sur l'estimation du nombre des grossesses aboutissant à une naissance ou à un avortement issues de femmes mineures au moment de l'acte. Si l'état civil fournit les données requises concernant les naissances, le bulletin de déclaration obligatoire d'une interruption volontaire de grossesse ne fournit que l'année de naissance et non l'âge en années révolues. Beaucoup de candidats n'ont d'ailleurs pas compris la question et n'avait toujours pas saisi la différence entre les deux notions malgré une heure et demie de préparation. Ce sont d'ailleurs les étudiants les plus littéraires qui ne connaissaient pas ces rudiments de la démographie. Les futurs candidats pourront également se reporter aux corrigés de l'année 2000 où on expliquait la signification d'un diagramme de Lexis dans un des sujets proposés.

1. Un diagramme de Lexis est un diagramme où on porte en abscisse le temps et en ordonnée l'âge. Une personne née par exemple le 2 février 1978 atteindra sa majorité le 2 février 1996. Si elle avorte avant le 2 février elle sera mineure et devra répondre aux conditions de la législation actuelle et notamment obtenir le consentement de ses parents, si elle avorte après cette date elle sera majeure et en sera déagée.

La statistique établie à partir des bulletins de déclaration de l'année 1996 fournit le chiffre de 5046 avortements parmi les femmes nées en 1978. On ne connaît donc pas la proportion de ces avortements ayant eu lieu avant le 18e anniversaire et donc le nombre des avortements de mineures.

2. Soit  $\rho(t) = \frac{P'(t)}{P(t)}$  le taux de croissance instantané d'un effectif  $P(t)$  observé à la date exacte  $t$ . On peut ainsi écrire successivement :

$$P'(t) = \rho(t)P(t) \quad \text{soit, en intégrant les deux membres} \quad (1)$$

$$\int_{t_0}^{t_1} P'(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} \rho(t)P(t) dt \quad (2)$$

$$P(t_1) - P(t_0) = \rho_{[t_0, t_1]} \int_{t_0}^{t_1} P(t) dt \quad \text{par déf. de la valeur moyenne} \quad (3)$$

Ceci justifie donc la définition du taux de croissance,  $\rho_{t_0, t_1}$ , moyen observé entre les dates  $t_0$  et  $t_1$  par :

$$\rho_{[t_0, t_1]} = \frac{P_{t_1} - P_{t_0}}{\int_{t_0}^{t_1} P(u) du} \quad (4)$$

Nous pourrions également écrire successivement :

$$\frac{P'(t)}{P(t)} = \rho(t) \quad \text{soit, en intégrant les deux membres} \quad (5)$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{P'(t)}{P(t)} dt = \int_{t_0}^{t_1} \rho(t) dt \quad \text{puisque la dérivée de } \ln u \text{ est } \frac{u'}{u} \quad (6)$$

$$\ln \left| \frac{P(t_1)}{P(t_0)} \right| = (t_1 - t_0)\rho \quad \text{si } \rho(t) = \rho \quad \forall t \quad (7)$$

ce qui prouve la relation demandée :

$$\frac{\ln \frac{P_{t_1}}{P_{t_0}}}{t_1 - t_0}$$

3. On applique ainsi la formule au sein des cohortes. Au sein de la génération 1978 la croissance des avortements entre 18 et 19 ans, soit à 18,5 ans est de  $\frac{\ln \frac{6893}{5046}}{1} = 31 \%$  par an. Les valeurs sont reportées sur le tableau 1.

TAB. 1 – DONNÉES ET TAUX DE CROISSANCE EN COHORTE ET EN 1996 ET 1997

Age en années révolues	1996	1997	Taux de croissance par an			Type Avortement Naissances
			Cohorte	1996	1997	
20	14648	13769				N
19	7046	7280	5 %	6 %	1 %	A
19	10591	10512	26 %	32 %	27 %	N
18	6703	6893	8 %	5 %	5 %	A
18	6950	6885	41 %	42 %	42 %	N
17	5046	5035	31 %	28 %	31 %	A
17	3538	3605	67 %	68 %	65 %	N
16	3352	3639	41 %	41 %	32 %	A
16	1773	1767	71 %	69 %	71 %	N
15	2231	2026	49 %	41 %	59 %	A
15	641	738	101 %	102 %	87 %	N
14	806	879	92 %	102 %	84 %	A
14	190	200	136 %	122 %	131 %	N
13	233	186	133 %	124 %	155 %	A
13	40	41	161 %	156 %	158 %	N
12	32	30	176 %	199 %	182 %	A
12	9	5	152 %	149 %	210 %	N
11	8	7				A

Sont également reportés sur ce tableau les taux de croissance observés entre deux âges durant une même année (pour l'année 1996 et l'année 1997). Le calcul par cohorte (qui était le seul demandé) n'est pas forcément le meilleur calcul pour les avortements car le sous-enregistrement (de l'ordre de 30 %) fluctue par année et non par âge.

4. On considère dans un premier temps une pièce de métal dont la forme est un diagramme perspectif. Sur le système de coordonnées  $(x, y)$  représenté sur la figure 1, il suffisait d'effectuer une intégrale double :

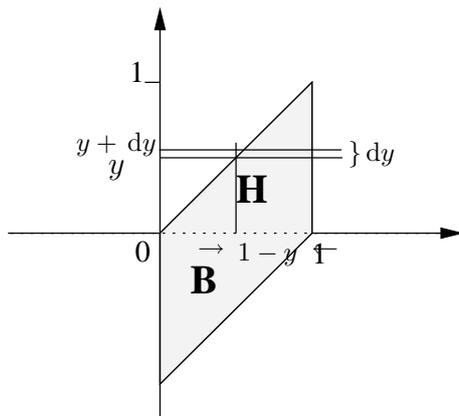


FIG. 1 – Intégrale double.

$$H = \iint_{[H]} a(x, y) dx dy . \quad (8)$$

En effet, sur un élément de surface  $dx dy$  la masse est  $a(x, y)$ . Celle-ci est invariante en  $x$  mais croît exponentiellement avec  $y$ . Le poids de la pièce de métal situé entre  $y$  et  $y + dy$  est donc égal à la densité  $a \exp(\rho y)$  multipliée par la surface du rectangle qui est elle-même le produit de la hauteur  $dy$  multipliée par la longueur de la pièce à l'ordonnée  $y$  soit  $(1 - y)$

$$H = \int_0^1 a \exp(\rho y)(1 - y) dy , \quad (9)$$

$$= \frac{\exp(\rho) - (1 + \rho)}{\rho^2} \quad (10)$$

où  $\rho$  est ainsi le taux de croissance supposé uniforme.

De même pour la partie basse  $B$  :

$$B = \frac{\exp(-\rho) - (1 - \rho)}{\rho^2} \quad (11)$$

5. On en déduit  $H + B$  et les proportions  $\frac{H}{H+B}$  et  $\frac{B}{H+B}$  qui valent respectivement :

$$\frac{H}{H+B} = \frac{\exp(\rho) - (1 + \rho)}{\exp(\rho) + \exp(-\rho) - 2} \quad (12)$$

$$\frac{B}{H+B} = \frac{\exp(-\rho) - (1 - \rho)}{\exp(\rho) + \exp(-\rho) - 2} \quad (13)$$

6. Soit  $a(t, x)$  la densité des avortements à l'âge  $x$  et à la date  $t$ . On suppose que la densité des avortements, au sein d'un losange perspectif, croît exponentiellement avec l'âge mais est invariante dans le temps :

$$a(t, x) = a \exp(\rho x) . \quad (14)$$

On fait l'hypothèse que le taux de croissance est uniforme et identique pour deux diagrammes perspectifs attachés à une même cohorte (partie grisée de la figure 1). Il suffit alors d'appliquer la formule 12 en utilisant les valeurs du tableau 1. Ainsi, au sein d'un losange perspectif, la part des avortements ayant eu lieu avant le 18e anniversaire est de 0,453 en 1996 soit 2284 avortements sur les 5056 déclarés. Certes le taux de croissance ainsi calculé est plutôt centré sur un âge de 18,5 ans et il serait préférable de calculer le taux de croissance à 17,5 ans et de choisir la moyenne des deux comme croissance moyenne au sein du losange perspectif. Le calcul donne alors une proportion de 0,440 soit 2222 avortements.

Ainsi, la forme du losange est telle que les pointes où les densités sont les plus extrêmes sont de fait de masse faible si bien que la proportion recherchée est assez insensible au taux de croissance. Mais aux âges auxquels nous nous intéressons ici les risques auxquels sont soumises les nouvelles générations croissent à des taux très élevés, de l'ordre de 30 à 40 % par an si bien que l'estimation du nombre d'avortements est néanmoins sensible au taux de croissance choisi.

De plus, la proportion des avortements déclarés par rapport à l'ensemble des avortements pratiqués varie d'une année sur l'autre. Ainsi dans cette étude il est préférable d'utiliser la croissance obtenue entre deux âges une année donnée plutôt qu'au sein d'une même cohorte pour deux années successives car la sous-déclaration est globale pour l'ensemble des âges et non spécifique à des âges précis.

7. Pour les naissances un calcul identique donne une proportion de 0,389 soit 2161 naissances (ou 0,387 et 2168 en recentrant le taux de croissance). Mais cette statistique est également connue par le dépouillement de l'état civil puisque que la date de naissance est donnée à l'heure près ; elle valait 2150 en 1996. Notre estimation n'est donc pas trop mauvaise.

8. Effectivement la proportion des conceptions qui conduisent à un avortement varie fortement avec l'âge de la jeune femme. Il suffit en effet de comparer le nombre des avortements au nombre des naissances une année donnée et selon les âges : 233 avortements pour 40 naissances à 13 ans, 6703 pour 6950 à 18 ans puis 7480 pour 14648 à 20 ans. Mais, pour faire un calcul précis il faudrait corriger les âges en tenant compte de la durée de gestation qui est de 9 mois pour une grossesse et de 8 semaines pour une interruption volontaire de grossesse. Ainsi, il serait préférable de raisonner en taux de façon à supprimer les variations des avortements ou naissances dues aux variations d'effectif d'un âge à l'autre (variations qui résultent de la fluctuation des naissances de chaque cohorte). Les taux eux-même sont le rapport du nombre des avortements ou naissances dans un domaine de Lexis (un losange perspectif par exemple) aux années vécues par la population dans ce même domaine). Pour être plus rigoureux il faudrait rapporter ces naissances ou avortements aux effectifs à risque de concevoir, c'est à dire calculer des effectifs de population décalés (le long de la cohorte) de 9 mois ou 8 semaines, mais comme ces effectifs ne varient guère au sein d'une même cohorte (la mortalité et les migrations peuvent être considérées comme négligeables) on calculera des taux d'avortement et de fécondité comme à l'accoutumée. En reportant ces taux par âge sur un même graphique puis en interpolant et en décalant la courbe des naissances de 9 mois moins 8 semaines on obtiendrait des taux selon l'âge au moment de la décision de poursuivre ou non une grossesse. En rapportant les deux courbes ou la courbe des avortements à la somme des deux on obtiendrait la propension à avorter à chaque âge. En 1997, cette propension à avorter décroît de 80 % à l'âge 15 ans jusqu'à 50 % à l'âge de 19 ans. Elle tend à augmenter depuis 1980 où elle était de 30 % à 19 ans. Mais le phénomène le plus important sur cette période 1980-1997 est le recul du calendrier des naissances et un âge moyen à la fécondité toujours plus élevé chaque année. Cette baisse de la fécondité aux âges jeunes est encore plus manifeste chez les adolescentes où les conceptions sont passées de 20 000 en 1977 à 13 000 en 1997 : le développement de la contraception est très important mais un échec est de moins en toléré.

## Séries chronologiques

*Rappel : Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires, soit  $f_{X,Y}$  la densité du couple  $(X, Y)$  et  $f_Y$  celle de la variable  $Y$ , la densité de  $X$  conditionnellement à  $Y = y$ , s'écrit :*

$$f_X(x|Y = y) = \frac{f_{X,Y}(x, y)}{f_Y(y)}.$$

On considère une suite de variables aléatoires  $(X_t)_{t \in \{1, \dots, T\}}$  qui vérifie le modèle suivant :

$$X_t = \lambda_1 X_{t-1} + \varepsilon_t,$$

où les  $\varepsilon_t$  sont des variables aléatoires telles que, pour tout  $t$ ,  $E(\varepsilon_t) = 0$ ,  $\varepsilon_t$  est indépendante de  $X_{t-j}$ , pour tout  $0 < j < t$ ,  $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$  et, pour  $t' \neq t$ ,  $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t'}) = 0$ .

On suppose, pour tout  $t$ ,  $E(X_t) = \mu$  et  $Var(X_t) = \gamma_0$ , c'est à dire que toutes deux sont indépendantes de  $t$ .

et que  $0 \leq |\lambda_1| < 1$ .

1. Etude des propriétés des paramètres de la suite de variables.
  - (a) Calculer  $\mu$ .
  - (b) Démontrer que  $\gamma_0 = \frac{\sigma^2}{1-\lambda_1^2}$ .
  - (c) On pose  $\gamma_1 = Cov(X_t, X_{t-1})$ . Calculer  $\gamma_1$  en fonction de  $\lambda_1$  et  $\sigma^2$ .
  - (d) En déduire, une expression de  $\lambda_1$  en fonction de  $\gamma_0$  et  $\gamma_1$ .
  - (e) Démontrer que, pour  $i = 1, 2$ ,  $\hat{\gamma}_i = \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T X_t X_{t-i}$  est un estimateur sans biais de  $\gamma_i$ .
2. On appelle vraisemblance conditionnelle la fonction de densité définie par  $f_{(X_T, \dots, X_2)}(x_T, \dots, x_2 | X_1 = x_1)$ .
  - (a) Démontrer que  $f_{(X_T, \dots, X_2)}(x_T, \dots, x_2 | X_1 = x_1) = f_{X_T}(x_T | (X_{T-1} = x_{T-1}, \dots, X_1 = x_1)) \times f_{(X_{T-1}, \dots, X_2)}(x_{T-1}, \dots, x_2 | X_1 = x_1)$ .
  - (b) Justifier le fait que  $f_{X_T}(x_T | (X_{T-1} = x_{T-1}, \dots, X_1 = x_1)) = f_{X_T}(x_T | X_{T-1} = x_{T-1})$ .
  - (c) Déduire des questions a et b que  $f_{(X_T, \dots, X_2)}(x_T, \dots, x_2 | X_1 = x_1) = \prod_{t=2}^T f_{X_t}(x_t | X_{t-1} = x_{t-1})$ .
3. On suppose que, pour tout  $t$  et conditionnellement à  $X_{t-1} = x_{t-1}$ ,  $X_t$  suit une loi normale d'espérance  $\mu_{t-1}$  et de variance  $\sigma_{t-1}^2$ .
  - (a) Justifier le fait que  $\mu_{t-1} = \lambda_1 x_{t-1}$  et que  $\sigma_{t-1}^2 = \sigma^2$ .

- (b) Donner l'expression de  $l(\lambda_1, \sigma^2) = \ln(f_{(X_T, \dots, X_2)}(x_T, \dots, x_2 | X_1 = x_1))$  en fonction des  $x_t$ , de  $T$ , de  $\lambda_1$  et de  $\sigma^2$ .
- (c) Calculer  $\frac{\partial l}{\partial \lambda_1}$  et  $\frac{\partial l}{\partial \sigma^2}$ .
- (d) En déduire les valeurs des paramètres  $\widehat{\lambda}_1$  et  $\widehat{\sigma}^2$  qui maximisent  $l(\lambda_1, \sigma^2)$  (on admettra qu'il s'agit d'un maximum).
- (e) A quelle méthode classique de statistique, cette estimation se ramène-telle ?
- (f) Les estimateurs obtenus sont-ils cohérents avec les résultats de la question 1 ?

## Incitation et asymétrie de l'information

On s'intéresse ici à la théorie des incitations dans un contexte d'asymétrie de l'information, à partir de l'exemple des relations entre le propriétaire d'un outil de production et les personnes qu'il va employer. On peut par exemple supposer qu'il s'agit des rapports entre propriétaire terrien et exploitant agricole, ou bien, ce que l'on fera dans la suite, entre l'ensemble des actionnaires d'une entreprise d'une part et l'ensemble du personnel d'autre part.

On suppose que les profits avant rémunération du personnel, notés  $Q$ , de l'entreprise sont aléatoires ; on note  $R_1$  la part que vont recevoir les actionnaires et  $R_2$  celle des employés. On aura donc  $Q = R_1 + R_2$ .

Dans la pratique la part la plus importante des rémunérations prend la forme d'un salaire fixe, mais d'autres éléments peuvent intervenir, ces éléments dépendant des résultats de l'entreprise (primes, intéressement, participation, ...). Dans ces conditions,  $R_2$  est de la forme  $R_2 = \alpha \times Q + \beta$

On supposera que  $Q = \theta \times e$  avec  $\theta$  productivité aléatoire lié aux conditions économiques générales et  $e$  niveau d'effort fourni par les employés. La fonction d'utilité des actionnaires sera notée  $U$  et celle de l'ensemble des employés  $V$ . Un niveau d'effort  $e$  coûte  $C(e)$  à ces derniers de telle sorte que l'utilité associée à un niveau de rémunération  $R_2$  et à un niveau d'effort  $e$  vaut

$$V(R_2 - C(e)).$$

On supposera  $C$  croissante, convexe et telle que  $C(0)=0$ . On suppose enfin que les employés acceptent de travailler dans l'entreprise si l'utilité qu'ils en retirent est supérieure ou égale à un niveau  $V_0$ .

### Partie 1

On suppose dans cette partie que le niveau d'effort est parfaitement observable et qu'il peut donc être spécifié dans un contrat. Un contrat que proposent les actionnaires aux employés correspond donc dans ce cadre à un triplet précisant le niveau des rémunérations fixes et variables ainsi que l'effort exigé. Compte tenu du caractère aléatoire des profits, donc des rémunérations et donc des utilités induites, les actionnaires comme les employés cherchent à maximiser leur espérance d'utilité (respectivement  $E[U(R_1)]$  et  $E[V(R_2 - C(e))]$ ). Les actionnaires vont ainsi proposer un contrat qui maximise leur espérance d'utilité sous la contrainte que les employés acceptent de travailler pour l'entreprise.

### Question 1

Expliquer intuitivement pourquoi on a la relation  $E[V(R_2 - C(e))] = V_0$ . On appelle contrainte de participation cette relation.

### Question 2

On suppose dans la suite de cette partie que  $\theta$  ne peut prendre que deux valeurs  $\theta_1$  avec probabilité  $p_1$  et  $\theta_2$  avec probabilité  $p_2 = 1 - p_1$ . Montrer que les conditions d'optimalité conduisent aux relations suivantes :

$$\begin{aligned}\theta_1 p_1 (U'_1 - \lambda V'_1) + \theta_2 p_2 (U'_2 - \lambda V'_2) &= 0 \\ p_1 (U'_1 - \lambda V'_1) + p_2 (U'_2 - \lambda V'_2) &= 0 \\ (p_1 V'_1 + p_2 V'_2) \times C'(e) &= \theta_1 p_1 V'_1 + \theta_2 p_2 V'_2\end{aligned}$$

où l'on aura posé  $U'_i = U'((1 - \alpha)\theta_i e - \beta)$  et  $V'_i = V'(\alpha\theta_i e + \beta - C(e))$

et où  $\lambda$  est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte de participation.

(On rappelle que l'expression du Lagrangien associée à ce programme de maximisation est :  $L = E[U(Q-R_2)] + (E[V(R_2-C(e))]-V_0)$

et que les conditions d'optimalité ici sont :  $\frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0$ ,  $\frac{\partial L}{\partial \beta} = 0$  et

$$\frac{\partial L}{\partial e} = 0$$

En déduire que l'on a  $\lambda = \frac{U'_1}{V'_1} = \frac{U'_2}{V'_2}$

### Question 3

Montrer que lorsque la fonction d'utilité  $U$  est affine (c'est-à-dire de la forme  $U(x) = rx + s$  où  $r$  et  $s$  sont des constantes), ce qui correspond à la neutralité vis-à-vis du risque des actionnaires, et que la fonction d'utilité des employés est strictement concave ( $V'' < 0$ ) alors le niveau d'effort des employés est déterminé par la relation  $C(e) = E[\theta] = p_1 \theta_1 + p_2 \theta_2$ . Déterminer alors, grâce aux relations précédentes, la valeur de  $\alpha$  proposée par les actionnaires. Expliquer.

### Question 4

On suppose maintenant que  $U(x) = -\exp(-ax)$  et  $V(x) = -\exp(-bx)$ , où  $a$  et  $b$  sont des réels strictement positifs. En utilisant les relations de la question 2, déterminer la valeur de  $\alpha$  proposée par les actionnaires.

## Partie 2

On suppose désormais que le niveau d'effort des employés n'est pas observable par les actionnaires et ne peut donc plus être spécifié dans un contrat. Dans ce cadre, un contrat ne peut que définir la rémunération des employés et est donc de la forme  $(\alpha, \beta)$ . Les employés pourront ainsi adapter l'intensité de leur travail une fois le contrat signé. On supposera dans la suite que la fonction d'utilité des actionnaires est affine  $U(x) = rx + s$ , que la fonction

d'utilité des employés est donnée par  $V(x) = -\exp(-bx)$  et que  $C(e) = K \times e^2$ . On suppose enfin que  $\theta$  suit une loi normale de moyenne  $m$  et de variance  $\sigma^2$ .

### Question 1

On rappelle que la densité d'une loi normale de moyenne  $m$  et de variance  $\sigma^2$  est donnée par

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)$$

. En déduire que si  $Y$  suit une telle loi on a :

$$E[\exp(-bY)] = \exp\left(-b \times \left(m - \frac{b\sigma^2}{2}\right)\right).$$

### Question 2

Montrer que le niveau d'effort choisi par les employés maximise l'expression :

$$W(e) = -\exp\left(-b(\alpha me + \beta - Ke^2 - \frac{b\alpha^2 e^2 \sigma^2}{2})\right)$$

En déduire le niveau d'effort  $e^*$  choisi par les employés en fonction des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  qui déterminent leur rémunération.

### Question 3

Exprimer, grâce à la contrainte de participation  $\beta$  en fonction de  $\alpha$ . En déduire la valeur du paramètre  $\alpha$  choisi par les actionnaires pour le contrat.

## Incitation : corrigé

### Partie 1

#### Question 1

Si  $E[V(R_2 - C(e))] > V_0$ , les actionnaires pourraient diminuer légèrement  $R_2$  tout en laissant l'inégalité  $E[V(R_2 - C(e))] \geq V_0$  toujours vérifiée, ce qui leur permettrait d'augmenter leur propre utilité tout en s'assurant que les employés acceptent de travailler pour l'entreprise. Cette situation ne correspondrait pas à la maximisation de l'utilité des actionnaires. Cette maximisation va donc conduire à la saturation de la contrainte de participation.

#### Question 2

On a  $E[U(Q - R_2)] = p_1U(\theta_1e - \alpha\theta_1e - \beta) + p_2U(\theta_2e - \alpha\theta_2e - \beta)$   
et  $E[V(R_2 - C(e))] = p_1V(\alpha\theta_1e + \beta - C(e)) + p_2V(\alpha\theta_2e + \beta - C(e))$

Après dérivation du lagrangien par rapport à  $\alpha$  et simplification par  $e$ , on obtient la première relation. La seconde est directement issue de  $\frac{\partial L}{\partial \beta} = 0$   
 $\frac{\partial L}{\partial e} = 0$  conduit, en utilisant les deux autres relations déjà prouvées, à la troisième relation que l'on cherche à établir.

Si l'on soustrait  $\theta_1$  fois la seconde relation à la première, on obtient :

$$(\theta_2 - \theta_1) * p_2 * (U'_2 - \lambda V'_2) = 0 \quad \text{ce qui implique} \quad \lambda = \frac{U'_2}{V'_2} \quad \text{et}$$

donc aussi  $\theta_1 * p_1 * (U'_1 - \lambda V'_1) + 0 = 0$  ce qui prouve la relation  $\lambda = \frac{U'_1}{V'_1}$

#### Question 3

On a  $U' = r$  d'où d'après la question précédente  $V'_1 = V'_2$ . Mais  $V'$  est strictement décroissante d'après la concavité de  $V$ . L'égalité précédente n'est possible que si l'on a égalité des deux arguments, ce qui conduit à  $\alpha\theta_1e + \beta - C(e) = \alpha\theta_2e + \beta - C(e)$ . Cette relation implique que  $\alpha = 0$ . Les actionnaires sont neutres vis-à-vis du risque alors que les employés sont averses à celui-ci ; il est donc optimal que dans le partage des revenus, les actionnaires supportent tout le risque dans la mesure où du fait de l'observabilité de l'effort, l'incitation n'est pas nécessaire.

$V'_1 = V'_2$  dans la troisième relation donne  $(p_1 + p_2)C'(e) = \theta_1p_1 + \theta_2p_2$  après simplification. Or  $(p_1 + p_2) = 1$  on a donc  $C'(e) = \theta_1p_1 + \theta_2p_2 = E[\theta]$

#### Question 4

En partant de  $\frac{U'_1}{V'_1} = \frac{U'_2}{V'_2}$  et en passant au logarithme on aboutit à  $\alpha = \frac{a}{a+b}$

## Partie 2

### Question 1

On a :

$$E[\exp(-bY)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp(-bt) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(t-m)^2\right) dt \quad \text{et donc}$$

$$E[\exp(-bY)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-bm + \frac{b^2\sigma^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(t-(m+b\sigma^2))^2\right) dt \quad d'où$$

$$E[\exp(-bY)] = \exp\left(-bm + \frac{b^2\sigma^2}{2}\right) * 1$$

puisque l'on reconnaît l'intégrale de la densité d'une loi normale de moyenne  $m + b\sigma^2$  et de variance  $\sigma^2$ .

### Question 2

Les employés maximisent  $E[-\exp(-b(\alpha\theta e + \beta - C(e)))]$ , ce qui conduit à  $W(e)$  en utilisant la question précédente. Maximiser  $W(e)$  revient à maximiser en  $e$  l'expression  $\alpha me + \beta - (K + \frac{b\alpha^2\sigma^2}{2})e^2$  ce qui a lieu pour  $e = \frac{\alpha m}{2K + b\alpha^2\sigma^2}$

### Question 3

On a  $V_0 = \exp\left(-b\left(\frac{\beta + \alpha^2 m^2}{2*(2K + b\alpha^2\sigma^2)}\right)\right)$  ce qui donne  $\beta = \frac{-1}{b} \ln(-V_0) - \frac{\alpha^2 m^2}{2*(2K + b\alpha^2\sigma^2)}$ . Il s'agit ensuite de maximiser en  $\alpha$  l'espérance d'utilité sachant que  $e$  et  $\beta$  sont liés à  $\alpha$  par les deux relations précédentes.

## Ages extrêmes de la vie humaine

La longévité de la vie humaine est un sujet d'étude classique en démographie et en biologie. En raison de la baisse de la mortalité infantile et juvénile et plus récemment de la baisse plus inattendue de la mortalité entre 70 et 80 ans, un nombre beaucoup plus important de femmes mais aussi d'hommes atteignent un âge très élevé de 95 ou 100 ans. L'amélioration de la qualité des informations sur la déclaration des âges des décédés suscite un regain d'intérêt pour ces statistiques des âges extrêmes.

Avec les registres des populations des pays scandinaves dont la qualité de l'information est bonne, il est possible de noter chaque année l'âge maximal au décès (où l'année de naissance la plus ancienne) inscrit au registre et d'en suivre l'évolution au cours du temps (que ce soit par année de décès ou année de naissance). Cet âge extrême varie fortement d'une année à l'autre du fait du faible nombre des survivants aux âges extrêmes, mais on observe néanmoins une hausse en Suède.

L'augmentation de cet âge extrême est due à au moins deux phénomènes distincts :

1. l'augmentation du nombre des individus atteignant un âge très important, comme 100 ans par exemple, en raison de la baisse de la mortalité *avant* 100 ans.
2. la baisse de la mortalité *au delà* de l'âge de 100 ans.

On cherche à évaluer l'importance relative des deux phénomènes sur l'augmentation de l'âge extrême observable dans une cohorte ou chaque année.

### Loi de mortalité

1. On rappelle que  $\mu(x) dx$  est la probabilité pour un survivant d'âge  $x$  de décéder entre les instants  $x$  et  $x + dx$ . Soit  $S_a(x)$  la probabilité, pour un survivant d'âge  $a$ , de survivre jusqu'à l'âge  $x$ . Démontrer que cette probabilité s'écrit :

$$S_a(x) = \exp\left(-\int_a^x \mu(u) du\right). \quad (1)$$

2. On suppose que la force de mortalité croît exponentiellement avec l'âge (loi dite de Gompertz),  $\mu(x) = \mu_a \exp(m(x - a))$  où  $m$  est la pente de la droite de Gompertz. Chez l'Homme cette pente est de l'ordre de 8 à 10 % par année d'âge (un individu de 71 ans a un risque de décéder dans l'année environ, 8 à 10 % supérieur à celui de 70 ans). Calculez  $S_a(x)$  en fonction de  $\mu_a$ ,  $m$  et  $x - a$ .
3. Pour simplifier, on considère que la force de mortalité est indépendante de l'âge  $\mu(x) = \mu_a \quad \forall x$ . Calculer  $S_a(x)$ .

4. Calculer l'espérance de vie d'un individu dans le cas d'une force de mortalité indépendante de l'âge.

## Loi du maximum

### Cas de deux individus

1. Soit  $X$  la variable aléatoire donnant la durée de survie d'un individu. Pour simplifier on prend comme origine des âges, la naissance ( $t = 0$ ), mais par la suite on pourra prendre un autre âge (100 par exemple si on s'intéresse aux centenaires). On note  $F(t)$  sa fonction de répartition :

$$\Pr(X \leq t) = F(t) \quad (2)$$

Montrer que la probabilité de survie jusqu'à l'âge  $t$  est  $S(t) = 1 - F(t)$ .

2. On considère désormais deux individus soumis à la même loi de mortalité,  $X$ , et cherche à déterminer la loi de la durée de survie aléatoire du dernier survivant.

Montrer que sa fonction de répartition  $F_2(t)$  est :

$$F_2(t) = \Pr(\max(X_1, X_2) \leq t) = F(t)^2. \quad (3)$$

3. Dans le cas où  $S(t) = \exp(-\mu t)$  où  $\mu$  est une constante, déterminer l'âge médian au décès du dernier des deux survivants.
4. Déterminer la densité (distribution),  $f_2(t)$ , de la loi du dernier des deux survivants.
5. Montrer que l'âge modal au décès du dernier survivant est :  $\frac{\ln(2)}{\mu}$ .
6. Montrer que l'âge moyen du dernier survivant est  $e_2 = \frac{3}{2\mu}$ .

### Cas de $n$ individus

On considère désormais une cohorte de  $n$  individus qui fêtent leur centième anniversaire. On suppose que chacun des centenaires est soumis à une loi de mortalité identique dont  $F(t) = 1 - S(t)$  est la fonction de répartition.

1. Calculez la fonction de répartition,  $F_n(t)$  de la loi du dernier survivant en fonction de  $F(t)$  et  $n$ .
2. Soit  $e_n$  la durée de vie moyenne du dernier survivant. Montrer que :

$$e_n = \int_0^\infty x F_n'(t) dt = \int_0^\infty (1 - F_n(t)) dt. \quad (4)$$

3. On suppose pour simplifier que la force de mortalité des individus est indépendante de l'âge ( $\mu(t) = \mu$ ). Montrer que les expressions des

dérivées premières et secondes de la fonction de répartition du dernier survivant sont respectivement :

$$F'_n(t) = n\mu \exp(-\mu t) F_{n-1}(t), \quad (5)$$

$$F''_n(t) = n\mu \exp(-\mu t) (F'_{n-1}(t) - \mu F_{n-1}(t)). \quad (6)$$

En déduire que l'âge modal au décès du dernier survivant parmi les  $n$  initiaux est  $\frac{\ln(n)}{\mu}$ .

4. (Question optionnelle) Calculez la durée moyenne de survie du dernier survivant.
5. La force de mortalité à 100 ans avoisine 0,4 par an. Si on suppose (ce qui est optimiste) que la force de mortalité ne croît plus au delà de cet âge et reste constante et égale à  $0,4 \text{ an}^{-1}$ , calculer l'espérance de vie d'un centenaire.
6. Calculer également l'âge médian du dernier survivant parmi une cohorte initiale de 100 centenaires.
7. On suppose qu'en raison de la baisse historique de la mortalité aux âges inférieurs à 100 ans, le nombre des individus atteignant 100 ans est passé de 100 à 1000, montrer que l'âge modal a augmenté de 5,76 ans.
8. Calculer la baisse de la force de mortalité qu'il faudrait observer à 100 ans pour obtenir une augmentation identique de l'âge modal du dernier survivant.
9. On estime que le nombre des centenaires augmente en France d'environ 7 % par an. Combien d'années,  $\tau$ , ont-elles été nécessaires pour faire passer le nombre de centenaires de 100 à 1000.
10. L'augmentation d'espérance de vie actuelle est d'environ 3 mois par an pour une espérance de vie à la naissance d'environ 80 ans. A quelle baisse de la force de mortalité  $\Delta\mu$  devrions nous nous attendre durant la durée  $\tau$ , dans l'hypothèse très approximative où les progrès en matière de baisse de la force de mortalité sont uniformes selon l'âge (en réalité, les progrès sont moindres aux âges élevés) ? Commentez.

## Âges extrêmes de la vie humaine (corrigé)

### Loi de mortalité

1. On rappelle que  $\mu(x) dx$  est la probabilité pour un survivant d'âge  $x$  de décéder entre les instants  $x$  et  $x + dx$ . Soit  $S_a(x + dx)$  la probabilité, pour un survivant d'âge  $a$ , de survivre jusqu'à l'âge  $x + dx$ ; alors en vertu de l'axiome des probabilités conditionnelles on peut écrire :  
Démontrer que cette probabilité s'écrit :

$$S_a(x + dx) = S_a(x)(1 - \mu(x) dx) \quad (1)$$

soit encore

$$\frac{S_a(x + dx) - S_a(x)}{S_a(x)} = \mu(x) dx \quad (2)$$

ce qui est l'écriture différentielle de l'équation :

$$\frac{S'_a(x)}{S_a(x)} = -\mu(x) \quad (3)$$

qui s'intègre en :

$$\ln \left( \frac{S_a(x)}{S_a(a)} \right) = \int_a^x S_a(u) du \quad (4)$$

soit encore :

$$S_a(x) = \exp\left(-\int_a^x \mu(u) du\right) \quad \text{puisque} \quad S_a(a) = 1. \quad (5)$$

2. On pose donc  $\mu(x) = \mu_a \exp(m(x - a))$  et intègre l'équation différentielle :

$$S_a(x) = \exp\left(-\int_a^x \mu_a \exp(m(u - a)) du\right) \quad (6)$$

$$= \exp\left(\frac{\mu_a}{m}\right) \exp\left(-\frac{\mu_a}{m} \exp(m(x - a))\right) \quad (7)$$

3. Pour simplifier, on considère que la force de mortalité est indépendante de l'âge  $\mu(x) = \mu_a \quad \forall x$ . Ainsi :

$$S_a(x) = \exp(-\mu_a(x - a)). \quad (8)$$

On peut en effet soit intégrer de nouveau l'équation différentielle avec  $m = 0$ , soit utiliser le fait que  $\frac{\exp(m(x-a))-1}{m}$  tend vers  $x - a$  quand  $m$  tend vers 0 (en effet le développement limité de  $\exp(x)$  est  $1 + x + \frac{x^2}{2!}$  pour  $x$  proche de zéro).

4. Par définition l'espérance de vie est l'espérance mathématique de la loi donnant l'âge au décès pour des survivants à l'âge  $a$ . Soit  $X$  la loi de l'âge au décès. Sa fonction de répartition est :

$$F(x) = \Pr(X \leq x | X \geq a) = 1 - S_a(x). \quad (9)$$

Son espérance mathématique est :

$$E(X) = \int_a^\infty F'(x) dx = \int_a^\infty (-S'_a(x)) dx \quad (10)$$

$$= -(S_a(x))_a^\infty = \lim_{x \rightarrow \infty} S_a(x) + \int_a^\infty S_a(u) du. \quad (11)$$

Dans le cas présent d'une exponentielle la limite tend vers zéro et l'intégrale vaut  $\frac{1}{\mu_a}$ . Elle est indépendante de l'âge.

## Loi du maximum

### Cas de deux individus

- 1.

$$\Pr(X \leq t) = F(t) \quad (12)$$

La probabilité de survie jusqu'à l'âge  $t$  est égale à 1 moins la probabilité de décéder avant l'âge  $t$  soit  $S(t) = 1 - F(t)$ .

2. Par définition  $\max(X_1, X_2)$  est la durée la plus longue entre  $X_1$  et  $X_2$ . Cette durée est inférieure à une valeur  $t$  si et seulement si les deux valeurs  $X_1$  et  $X_2$  sont inférieurs à  $t$ .

$$\Pr(\max(X_1, X_2) \leq t) = \Pr(X_1 \leq t \cap X_2 \leq t) \quad (13)$$

Comme les durées de vie  $X_1$  et  $X_2$  sont indépendantes on peut écrire :

$$\Pr(X_1 \leq t \cap X_2 \leq t) = \Pr(X_1 \leq t) \Pr(X_2 \leq t) \quad (14)$$

$$(15)$$

La fonction de répartition de la loi du maximum est donc  $F(t)^2$ .

3. L'âge médian au décès est l'âge à partir et au delà duquel la moitié des individus sont décédés. C'est donc aussi l'âge où la fonction de répartition vaut 0,5. Dans le cas où  $S(t) = \exp(-\mu t)$  où  $\mu$  est une constante, l'âge médian au décès du dernier des deux survivants est donc donnée pour  $F(t)^2 = 0,5$  soit  $(1 - \exp(-\mu t))^2 = \frac{1}{2}$ . Soit finalement  $t = -\frac{1}{\mu} \ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)$ .

4. La densité (distribution),  $f_2(x)$ , de la loi du dernier des deux survivants est la dérivée de la fonction de répartition  $F(t)^2 = (1 - S(t))^2 = (1 - \exp(-\mu t))^2$ . Ainsi :

$$f_2(x) = (F(x)^2)' = -2\mu \exp(-\mu x)(1 - \exp(-\mu x)). \quad (16)$$

5. L'âge modal au décès du dernier survivant est l'âge pour lequel la densité est maximale. La densité est maximale lorsque sa dérivée première s'annule ou encore lorsque la dérivée seconde de la fonction de répartition s'annule :

$$F_2''(x) = f_2'(x) = 2\mu^2 \exp(-\mu x)(2 \exp(-\mu x) - 1) = 0, \quad (17)$$

ce qui implique :  $x = \frac{\ln(2)}{\mu}$ .

6. L'âge moyen du dernier survivant est donnée par l'intégrale :

$$e_2 = \int x f_2(x) dx = [x(-)S_2(x)] - \int (-)S_2(x) dx \quad (18)$$

$$= \int S_2(x) dx \quad (19)$$

$$= \int ((1 - (1 - \exp(-\mu x))^2)) dx \quad (20)$$

$$= \frac{2}{\mu} - \frac{1}{2\mu} = \frac{3}{2\mu}. \quad (21)$$

Ces résultats sont regroupés sur la figure 1

### Cas de $n$ individus

1. Comme en première partie la probabilité pour que le dernier survivant parmi  $n$  décède avant l'âge  $t$  est égal à la probabilité que tous les individus décèdent avant l'âge  $t$  soit encore au produit des  $n$  probabilités. Ainsi,  $F_n(t) = F(t)^n$ .
2. Soit  $e_n$  la durée de vie moyenne du dernier survivant. Nous avons déjà montré en intégrant par partie que :

$$e_n = \int_0^\infty x F_n'(t) dt = \int_0^\infty S_n(t) dt = \int_0^\infty (1 - F_n(t)) dt. \quad (22)$$

3. En effet dans le cas simple où  $F(t) = 1 - S(t) = 1 - \exp(-\mu t)$  une simple dérivation prouve le résultat :

$$F_n'(t) = nF_n'(t)F(t)^{n-1} = \mu \exp(-\mu t)F_{n-1}(t) \text{ et,} \quad (23)$$

$$F_n''(t) = n\mu \exp(-\mu t) (F_{n-1}'(t) - \mu F_{n-1}(t)). \quad (24)$$

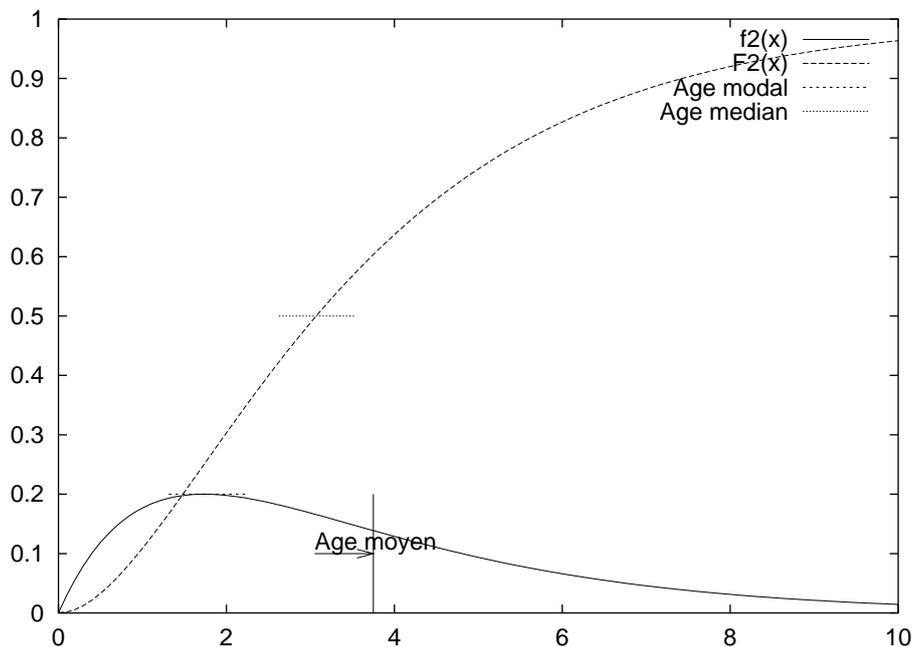


FIG. 1 – Graphe de la distribution des décès et la fonction de survie du dernier décédé parmi deux centenaires

L'âge modal au décès est l'âge où la dérivée seconde de la fonction de répartition s'annule, soit pour :

$$\mu = \frac{F'_{n-1}(t)}{F_{n-1}(t)} = \frac{\mu \exp(-\mu t)}{1 - \exp(-\mu t)} \quad (25)$$

$\mu$  se simplifie de part et d'autre et l'équation se résoud facilement ce qui fournit un âge modal égal à  $\frac{\ln(n)}{\mu}$ .

Dans le cas plus général d'une loi quelconque on montre aisément que l'âge modal,  $t$ , doit vérifier l'équation :

$$(n-1) \frac{S'(t)}{S(t)} = \frac{S''(t)}{S'(t)} \frac{1-S(t)}{S(t)}. \quad (26)$$

4. (Question optionnelle) La durée moyenne de survie du dernier survivant est, comme nous l'avons vu plusieurs fois l'intégrale de la fonction de survie  $S_n(t) = 1 - F_n(t)$  :

$$e_0(n) = \int_0^{\infty} (1 - F^n(t)) dt. \quad (27)$$

En faisant le changement de variable  $X = F$  qui implique  $dX =$

$F'(t) dt = \mu(t)(1 - X) dt$ , cette intégrale s'écrit également :

$$e_0(n) = \int_0^1 \frac{1 - X^n}{(1 - X)\mu(X)} dX. \quad (28)$$

Dans le cas du modèle exponentiel, la force de mortalité est constante et l'intégrale peut être calculée :

$$\int_0^1 \frac{1 - X^n}{(1 - X)} dX = \int_0^1 \sum_{k=0}^{n-1} X^k dX \quad (29)$$

$$= \left[ X + \frac{X^2}{2} + \dots + \frac{X^n}{n} \right]_0^1 = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}. \quad (30)$$

Cette dernière quantité tend d'ailleurs vers l'intégrale de  $1/n$  soit  $\ln(n)$ . On retiendra que l'âge modal et l'âge moyen sont alors voisins dès que  $n$  est grand et croissent en  $\frac{\ln(n)}{\mu}$ .

5. La force de mortalité à 100 ans avoisine 0,4 par an. Si on suppose (ce qui est optimiste) que la force de mortalité ne croît plus au delà de cet âge et reste constante et égale à 0,4 an<sup>-1</sup>, l'espérance de vie d'un centenaire est donc au maximum  $\frac{1}{0,4} = 2,5$  ans.
6. Le calcul de l'âge médian du dernier survivant parmi une cohorte initiale de 100 centenaires revient à la résolution de l'équation :

$$F_n(t) = \frac{1}{2}. \quad (31)$$

Ceci s'écrit :

$$F_n(t) = (1 - \exp(-\mu t))^n = \frac{1}{2} \quad (32)$$

et donne :

$$\text{Age médian} = -\frac{1}{\mu} \ln \left( 1 - \frac{1}{2^{\frac{1}{n}}} \right) \quad (33)$$

Nous avons représenté sur les figures 2 et 3 les fonctions de répartition et les densités de la loi du dernier survivant parmi 1, 2, 3, 10, 100, 1000 nouveaux centenaires (dans l'hypothèse où la force de mortalité ne croît pas au delà de 100 ans et reste constante à 0,4 par an.

7. On suppose qu'en raison de la baisse historique de la mortalité aux âges inférieurs à 100 ans, le nombre des individus atteignant 100 ans est passé de 100 à 1000, l'âge modal est donc passé de  $100 + \frac{\ln(100)}{0,4} = 111,51$  ans à  $100 + \frac{\ln(1000)}{0,4} = 117,27$  ans soit une augmentation de 5,76 ans.

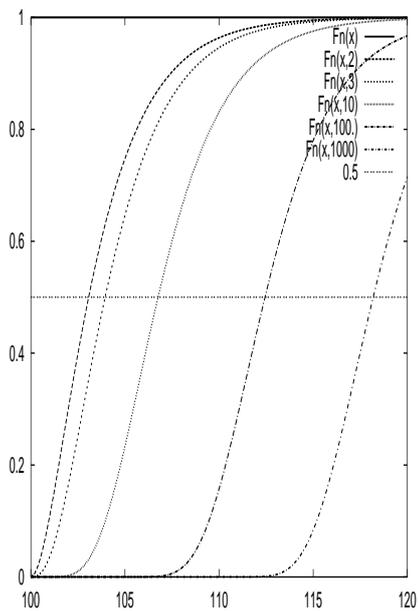


FIG. 2 – Fonctions de répartition de la loi du dernier survivant parmi  $n$  nouveaux centenaires.

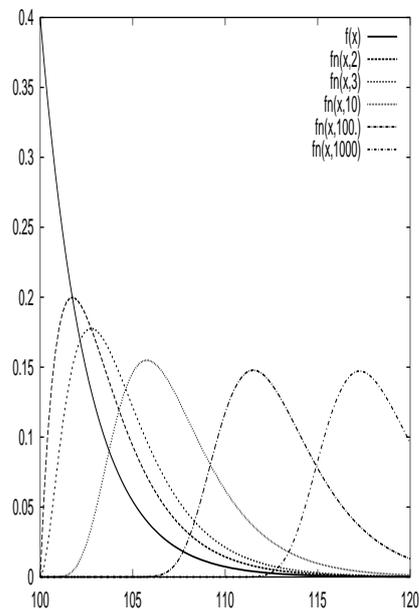


FIG. 3 – Distribution des âges au décès.

8. La force de mortalité  $\mu'$  qu'il faudrait observer à 100 ans pour obtenir une augmentation de 5,76 ans de l'âge médian du dernier survivant doit vérifier :

$$\mu' = \frac{\ln(100)}{\frac{\ln(100)}{0,4} + \frac{\ln \frac{1000}{100}}{0,4}} = \frac{2}{3} \times 0,4 = 0,2667 \text{ an}^{-1}. \quad (34)$$

9. Si on estime que le nombre des centenaires augmente en France avec un taux de croissance constant,  $\rho = 7\%$  par an, ce nombre augmente du facteur  $\exp(\rho\tau)$  durant la durée  $\tau$ . Ainsi pour passer de 100 à 1000 le temps  $\tau$  doit vérifier l'équation  $\exp 0,07\tau 100 = 1000$ . Ce qui donne :

$$\tau = \frac{\ln \frac{1000}{100}}{0,07} = 32 \text{ ans.} \quad (35)$$

10. L'inverse d'une espérance de vie s'écrit comme une moyenne des forces de mortalité à chaque âge pondérée par la fonction de survie :

$$\frac{1}{e_0} = \frac{1}{\int S(x) dx} = \frac{\int S(x)\mu(x) dx}{\int S(x) dx} \quad (36)$$

$$= \int \frac{S(x)}{\int S(x) dx} \mu(x) dx. \quad (37)$$

L'inverse de 80 étant 0,125, ce niveau correspond environ à la force de mortalité à 75-80 ans. Ainsi une baisse relative de la force de mortalité à 75-80 ans correspond en première approximation à une hausse relative identique de l'espérance de vie à un âge assez quelconque :

$$e = \frac{1}{\mu} \implies \frac{\Delta e}{e} = -\frac{\Delta \mu}{\mu} \quad (38)$$

L'augmentation d'espérance de vie actuelle d'environ 3 mois par an pour une espérance de vie de 80 ans correspond à une baisse de la force de mortalité moyenne de  $\frac{3}{12 \times 80} = 0,31$  % par an. Ainsi, durant les 32 ans calculés plus haut nous devrions nous attendre à une baisse de la force de mortalité d'un facteur  $\exp(-0,031 \times 32) = 0,90$  soit de 0,4 à 0,36. Cette force de mortalité est bien trop supérieure à la valeur 0,2667 trouvée précédemment. Plus précisément il faudrait attendre  $\frac{\ln \frac{0,2667}{0,4}}{0,0031} = 131$  ans pour obtenir par une baisse de la mortalité à 100 ans une augmentation de l'âge au décès du dernier survivant de 5,76 ans, alors que cette même augmentation est obtenue par une simple augmentation de 100 à 1000 du nombre des personnes atteignant 100 ans, augmentation qui résulte de la baisse de la mortalité infantile, juvénile et de tous les âges avant 100 ans.

Ainsi, ces calculs rudimentaires montrent à notre sens clairement que l'augmentation de l'âge du dernier survivant observé dans des cohortes ou encore de l'âge au décès le plus élevé observé à l'état civil une année donnée, résultent de la hausse des effectifs de nouveaux centenaires qui eux-même sont la conséquence de la mortalité avant 100 ans et non de la baisse de la mortalité après 100 ans, qui certes existe mais n'a qu'une influence infime sur cet âge extrême car la mortalité y est très forte.

## Comparaison de groupes

Le gouvernement d'un pays veut tester l'efficacité de mesures incitatives pour lutter contre le tabagisme. L'idée est de valoriser l'arrêt du tabac en offrant des avantages financiers pendant la période de sevrage à des fumeurs qui souhaitent arrêter de fumer. Pour cela, un échantillon de  $n$  fumeurs répartis en deux groupes sont étudiés : le premier groupe  $G_1$ , de taille  $n_1$ , se voit proposer ces avantages alors que le deuxième, de taille  $n_2$  et noté  $G_2$ , mène le sevrage "gratuitement".

On s'intéresse à la variable aléatoire  $X$  qui est le temps de retour au tabagisme. On suppose que cette variable suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda_1$  pour le premier groupe et  $\lambda_2$  pour le second.

Ainsi pour  $j = 1, 2$ , la densité correspondante est notée  $f_j$  et elle est donnée par

$$f_j(x) = \lambda_j \exp(-\lambda_j x).$$

Sa fonction de répartition est elle donnée par  $F_j(x) = 1 - \exp(-\lambda_j x)$  et sa fonction de hasard  $h_j(x) = \frac{f_j(x)}{1-F_j(x)} = \lambda_j$ .

On notera  $m_j$  le nombre total de récurrences dans la groupe  $j$  pendant la durée de l'étude et  $m = m_1 + m_2$  est le nombre total de récurrences dans l'échantillon.

Cette étude est limitée dans le temps et on considère que, s'il n'y a pas eu de récurrence au bout de 6 mois, l'objectif est atteint. Pour  $i = 1, \dots, n$ , on pose  $\delta_i = 0$  si  $X \geq 6$  mois et  $\delta_i = 1$  sinon.

1. Justifiez le fait que, pour le groupe  $j$ , la densité conjointe de  $(X_i, \delta_i)$  s'écrit :  $f_{j(X,\delta)}(x, d) = f_j(x)^d (1-F_j(x))^{1-d}$ . En déduire que  $f_{j(X,\delta)}(x, d) = \lambda_j^d \exp(-\lambda_j x)$ .
2. La vraisemblance du modèle est  $L(\lambda_1, \lambda_2) = \prod_{i=1}^{n_1} f_{j(X,\delta)}(x_i^1, d_i^1) \prod_{i=1}^{n_2} f_{j(X,\delta)}(x_i^2, d_i^2)$  où  $(x_i^j, d_i^j)$  est l'observation pour l'individu  $i$  du groupe  $j$ . Démontrer que  $L(\lambda_1, \lambda_2) = \lambda_1^{m_1} \lambda_2^{m_2} \exp(-\lambda_1 n_1 \bar{x}_1 - \lambda_2 n_2 \bar{x}_2)$  où  $\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_i^j$ .
3. On pose  $\theta = \ln(\frac{\lambda_2}{\lambda_1})$ . Pour quelle valeur de  $\theta$  n'observera-t-on pas de différences entre les groupes ?
4. Ecrire  $L(\lambda_1, \lambda_2)$  en fonction de  $\lambda_1$ ,  $\theta$ ,  $m$ ,  $m_2$ ,  $n_1$  et  $n_2$ .
5. On pose  $l(\lambda_1, \theta) = \ln(L(\lambda_1, \lambda_2))$ . Démontrer que  $\frac{\partial l(\lambda_1, \theta)}{\partial \theta} = m_2 - n_2 \lambda_1 \bar{x}_2 \exp \theta$  et  $\frac{\partial l(\lambda_1, \theta)}{\partial \lambda_1} = \frac{m}{\lambda_1} - n_1 \bar{x}_1 - n_2 \bar{x}_2 \exp \theta$ .
6. En déduire les valeurs  $(\hat{\lambda}_1, \hat{\theta})$  qui maximisent  $l(\lambda_1, \theta)$ .
7. Calculer la matrice d'information de Fisher  $I = \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 l(\lambda_1, \theta)}{\partial \theta^2} & -\frac{\partial^2 l(\lambda_1, \theta)}{\partial \theta \partial \lambda_1} \\ -\frac{\partial^2 l(\lambda_1, \theta)}{\partial \theta \partial \lambda_1} & -\frac{\partial^2 l(\lambda_1, \theta)}{\partial \lambda_1^2} \end{pmatrix}$ .

8. On rappelle que  $Var(\hat{\theta}, \hat{\lambda}_1) = \begin{pmatrix} Var(\hat{\theta}) & Cov(\hat{\theta}, \hat{\lambda}_1) \\ Cov(\hat{\theta}, \hat{\lambda}_1) & Var(\hat{\lambda}_1) \end{pmatrix} = I^{-1}$ . Calculer  $Var(\hat{\theta}, \hat{\lambda}_1)$ .

On veut maintenant effectuer un test d'hypothèse pour vérifier l'efficacité de l'incitation. On pose donc les hypothèses :

$$\begin{cases} H_0 : \text{les deux groupes ont des comportements identiques} \\ H_1 : \text{il y a une différence entre les deux groupes} \end{cases}$$

et on veut tester  $H_0$  contre  $H_1$ .

1. Exprimer les hypothèses en fonction de  $\theta$ .
2. On veut utiliser la statistique du test de Wald qui permet de tester l'hypothèse  $\theta = \theta_0$  contre  $\theta \neq \theta_0$  où  $\theta_0$  est une valeur donnée. Cette statistique s'écrit  $W = \frac{(\hat{\theta} - \theta_0)^2}{Var(\hat{\theta})}$  où  $\hat{\theta}$  est l'estimateur de maximum de vraisemblance de  $\theta$ . Sous  $H_0$ , cette statistique suit une loi du  $\chi^2$  à 1 ddl.
  - (a) Démontrer que  $Var(\hat{\theta}) = \frac{m}{m_1 m_2}$ .
  - (b) En déduire l'expression de la statistique de Wald pour tester l'efficacité de l'incitation

L'étude a donné les résultats suivants  $\exp(\hat{\theta}) = 1,97$ ,  $m = 14$  et  $m_1 = 6$ .

1. Interprétez la valeur de  $\exp(\hat{\theta})$ .
2. Quelle conclusion tireriez-vous de l'étude en effectuant le test à 5% ?

Table du $\chi^2$ à 1ddl :	$\alpha$	0.5	0.9	0.95	0.975	0.990	.995	.999
	$\chi_\alpha^2$	.455	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.8

## Route ou autoroute

Deux villes A et B sont distantes de  $k$  kilomètres. Il existe deux façons de se rendre de l'une à l'autre : soit en utilisant une route sur laquelle la vitesse autorisée est  $v_1$ , soit en utilisant une autoroute sur laquelle la vitesse autorisée est  $v_2$ . Les frais de déplacement (essence, entretien, péage dans le cas de l'autoroute) sont différents selon l'itinéraire choisi et valent  $f_1$  pour la route et  $f_2$  pour l'autoroute.

L'utilité d'un déplacement de A à B pour un individu est de la forme  $u_i = w - f_i - h \times t_i$  où :

- $w$  est une constante
- $t_i$  le temps de transport
- $h$  la valeur que l'individu attribue au temps

### Question 1 :

A quelle condition sur  $h$ , un individu qui souhaite faire le trajet entre les deux villes décidera-t-il de le faire en empruntant l'autoroute ?

### Question 2 :

On suppose dans cette question que le paramètre  $h$  varie d'un individu à l'autre et qu'il est distribué dans la population selon une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ . On observe qu'une proportion  $p$  de la population se déplaçant entre les deux villes le fait par l'autoroute. Déduire de cette observation la valeur du paramètre  $\lambda$ .

Quelle est alors la valeur moyenne attribuée au temps par la population ?

### Question 3 :

En fait, la loi de distribution de la valeur du temps pourrait être autre qu'une loi exponentielle. En particulier la densité de cette loi pourrait être donnée de la forme suivante :

$$f(x) = C x^n \exp(-\theta x) \quad \text{lorsque } x > 0 \quad \text{et} \quad f(x) = 0 \quad \text{sinon}$$

i) Calculer la constante  $C$  pour que la fonction  $f$  soit effectivement la densité de la loi d'une variable aléatoire.

ii) Tracer sur un même graphique l'allure de  $f$  et de la densité d'une loi exponentielle. Comment l'allure de la courbe varie avec les paramètres  $\theta$  et  $n$  ?

iii) Sachant que  $p$  est la proportion de personne se déplaçant en utilisant l'autoroute, écrire l'équation qui permet de déterminer le coefficient  $\theta$ . Montrer qu'une telle équation a une unique solution positive. Comparer les valeurs de  $\lambda$  et de  $\theta$ .

iv) Calculer avec cette loi la valeur moyenne attribuée au temps par la population.

#### Question 4 :

Un aménagement de la route permettrait d'augmenter la vitesse de déplacement sur celle-ci, qui passerait de  $v_1$  à  $v_3$ .

i) Calculer dans chacun des 2 cas possibles de distribution de la valeur du temps, la nouvelle proportion d'usagers qui utiliseraient l'autoroute.

ii) Calculer dans ces cas la variation d'utilité moyenne des personnes se déplaçant entre les deux villes (on distinguera dans un premier temps selon les itinéraires effectivement utilisés avant et après l'aménagement).

iii) Le financement de cet aménagement représente un coût moyen par personne noté  $C$ . Dans quel cas est-il collectivement souhaitable de le mettre en œuvre ? Il est proposé de soumettre à un vote des personnes se déplaçant de A à B la décision de réalisation de cet aménagement. Cela conduit-il à prendre la décision optimale ? (Expliquez précisément votre raisonnement). Comment pourriez-vous envisager de procéder autrement (vous esquissez les calculs de la solution que vous proposez) ? De quelle façon vous paraît-il souhaitable de financer ce projet si la décision de le faire est effectivement prise ?

## Route ou autoroute : corrigé

### Question 1

Un individu emprunte l'autoroute si  $w - f_2 - ht_2 > w - f_1 - ht_1$  (i.e. lorsque l'utilité associée à l'autoroute est supérieure à celle de la route). Cette inégalité est valable dès que l'on a  $h > h_0$  avec  $h_0 = \frac{f_2 - f_1}{k} \left( \frac{v_1 v_2}{v_2 - v_1} \right)$

### Question 2

La proportion de personnes utilisant l'autoroute est la probabilité que  $h > h_0$  avec ici  $h$  qui suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ . On en déduit donc :

$$p = \int_{h_0}^{\infty} \lambda \exp(-\lambda t) dt = \exp(-\lambda h_0) \quad \text{ce qui conduit à } \lambda = -\frac{\ln(p)}{h_0}$$

### Question 3

i)  $C$  peut être déterminée en utilisant le fait que l'intégrale de la fonction densité doit être égale à 1, d'où  $\int_0^{\infty} C x^n \exp(-\theta x) dx = 1$ . En intégrant  $n$ -fois par parties, on obtient  $C = \frac{\theta^{n+1}}{n!}$

ii) L'objet de cette question était de faire une rapide étude de la fonction  $f$ , donc de calculer sa dérivée puis de dresser le tableau de variation.

iii) De façon similaire à la question 2, on a  $p = F_n(h_0)$  où  $F_n$  est la fonction de répartition associée à  $h$ . On obtient donc  $p = \frac{\theta^{n+1}}{n!} \int_{h_0}^{\infty} x^n \exp(-\theta x) dx$ . Pour calculer cette intégrale, il faut intégrer  $n$ -fois par parties, ce qui conduit à la relation suivante :

$$p = \frac{\exp(-\theta h_0)}{n!} [(\theta h_0)^n + n * (\theta h_0)^{n-1} + \dots + n! * (\theta h_0) + n!]$$

Cette équation est de la forme  $p = g(\theta)$  avec  $\theta > 0$ . Pour étudier ces solutions, étudions la fonction  $g$ . Le calcul de sa dérivée conduit après simplification de nombreux termes 2 par 2 à l'expression suivante :  $g'(\theta) = -\frac{1}{n!} h_0 \exp(-\theta h_0) * (\theta h_0)^n$ . La fonction  $g'$  est donc négative dès que  $\theta > 0$ .  $g$  est ainsi strictement décroissante pour  $\theta > 0$ . Or la limite en  $+\infty$  de la fonction  $g$  est nulle du fait du terme  $\exp(-\theta h_0)$ ; de plus  $g(0) = 1$ . D'après le théorème des valeurs intermédiaires appliqué à la fonction continue  $g$ , il existe une unique valeur de  $\theta$  (l'unicité vient de la stricte monotonie de  $g$ ) telle que  $p = g(\theta)$ . Pour comparer les valeurs de  $\lambda$  et  $\theta$ , on remarque que  $\exp(-\lambda h_0) = p = \frac{\exp(-\theta h_0)}{n!} [(\theta h_0)^n + n * (\theta h_0)^{n-1} + \dots + n! * (\theta h_0) + n!]$ . Comme tous les termes du membre de droite de l'égalité sont positifs, on en déduit que  $\exp(-\lambda h_0) \geq \exp(-\theta h_0)$  ce qui conduit à  $\lambda \leq \theta$ .

iv) La valeur moyenne attribuée au temps est  $\int_0^{\infty} t * f(t) dt = \int_0^{\infty} t * C * t^n \exp(-\theta t) dt$  qui vaut, d'après les calculs déjà menés pour trouver  $C$ ,  $\frac{\theta^{n+1}}{n!} * \frac{(n+1)!}{\theta^{n+2}} = \frac{n+1}{\theta}$

#### Question 4

Les calculs sont similaires à ceux du début mais en tenant compte du fait que l'utilité associée au déplacement par la route a changé et donc que  $h_0$  aussi. Une personne choisira désormais l'autoroute si  $h \geq h_1$  avec  $h_1 = \frac{f_2 - f_1}{k} \left( \frac{v_3 v_2}{v_2 - v_3} \right)$ . La proportion des personnes utilisant l'autoroute sera  $F(h_1) = \int_{h_1}^{\infty} \lambda \exp(-\lambda t) dt$  dans le premier cas, et  $\int_{h_1}^{\infty} C t^n \exp(-\theta t) dt$  dans le second cas.

ii) Pour les personnes utilisant l'autoroute avant et après modification de la vitesse sur la route, l'utilité associée n'a pas varié. Pour les personnes qui utilisaient avant l'autoroute et qui utilisent désormais la route, la variation d'utilité est  $\Delta U = (h_1 - h) * k * \left( \frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_2} \right)$ . Pour les personnes utilisant la route avant et après modification de la vitesse sur la route, la variation d'utilité est  $\Delta U = h * k * \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_3} \right)$ .

La variation d'utilité moyenne est donc, (en notant  $f$  la densité de  $h$ ) :

$$0 + \int_{h_1}^{h_0} (h_1 - h) * k * \left( \frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_2} \right) * f(h) dh + \int_0^{h_1} h * k * \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_3} \right) f(h) dh$$

iii) L'objet de cette question était d'apprécier la capacité des candidats à voir l'intérêt et les limites d'une telle modélisation. Elle n'appelle donc pas de réponse unique.

# Ajustement de la mortalité par âge et projections dans le temps

## Mesure de la mortalité

Dans les pays développés les décès sont déclarés à l'état civil ce qui permet aux organismes statistiques de publier des statistiques des décès survenus entre deux premiers janvier et selon différents classement : selon l'âge en années révolues atteint au moment du décès, selon l'année de naissance et parfois selon les deux classements.

1. Montrer sur un diagramme de Lexis (c'est à dire un système de coordonnées où le temps figure en abscisse et l'âge en ordonnée) les différents domaines de Lexis auxquelles se rapportent ces trois types de classement statistique.
2. Ces mêmes organismes de statistique publient également des statistiques des effectifs de population classée par âge au premier janvier (pyramide des âges). Ces statistiques sont issues directement des recensements lorsque l'année coïncide avec celle d'un recensement ; dans les autres cas on effectue des extrapolations selon des méthodes sophistiquées. De ces effectifs qui varient au cours du temps en raison de la mortalité mais également des migrations, on peut alors estimer le nombre des *années vécues* par la population dans les domaines de Lexis décrits à la question précédente. En rapportant les décès survenant dans un domaine aux années vécues par la population dans ce même domaine, on obtient des taux de mortalité qu'on exprime dans une unité qui est généralement l'inverse d'une année.

Lorsqu'on dessine les taux de mortalité obtenus une année donnée en fonction de l'âge on obtient, au delà de l'âge de 30 ans, quasiment une courbe exponentielle. Qu'obtient-on si l'échelle est semi-logarithmique ?

3. Lorsqu'on effectue un calcul identique quelques années plus tard on s'aperçoit généralement que la mortalité a baissé à tous les âges. Si on dispose des statistiques de mortalité sur plusieurs années on peut alors s'intéresser à la mortalité relative à une même cohorte, ce qu'on appelle l'analyse longitudinale. Nous avons dessiné sur la figure 1 les taux de mortalité de 1955 à 100 ans en France pour les hommes âgés entre 50 et 95 ans. Les points sont reliés par cohorte. Commentez le graphique.
4. On cherche maintenant à modéliser la fonction donnant les taux de mortalité  $M(x, t)$  (noté  $Mx$  dans le listing) selon le temps  $t$  (noté  $YEAR$  dans les listings) et l'âge  $x$  (noté  $AGE$ ). Les données disponibles et de bonne qualité utilisées dans cette régression sont les taux

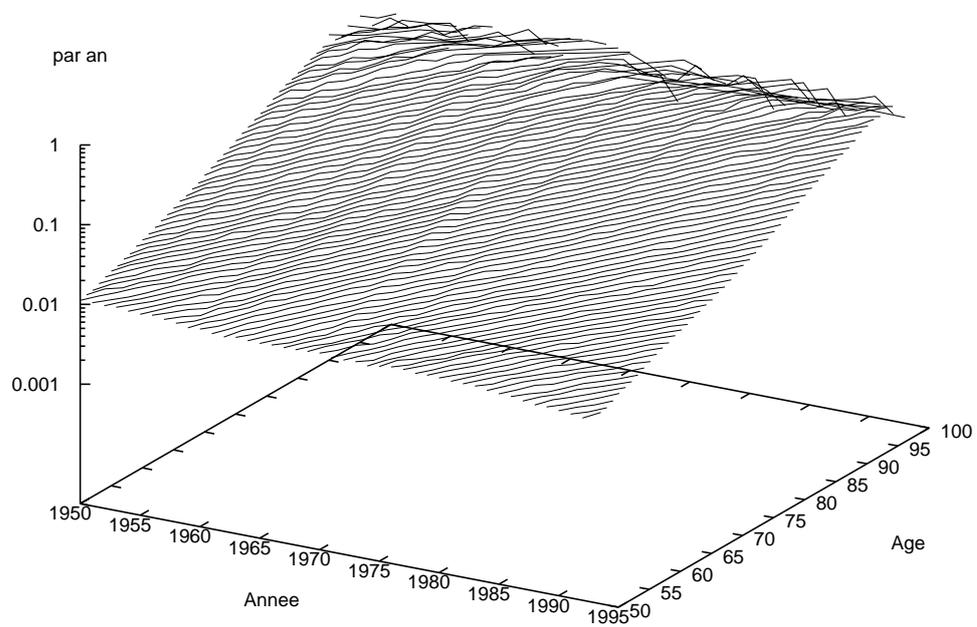


FIG. 1 – Taux de mortalité par âge et par année, échelle semi-logarithmique.

de mortalité restreints aux années 1972 à 1987 et aux âges allant de 50 à 97 ans.

Nous appliquons alors un modèle de régression dont la sortie sur listing, via le logiciel R, est la suivante :

```
> summary(OLS.B2model)
```

Call:

```
lm(formula = log(Mx) ~ Year + Age + I(Age * Age) + Year * Age)
```

Residuals:

	Min	1Q	Median	3Q	Max
	-0.26047	-0.03236	0.00569	0.03872	0.14163

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	3.728e+01	4.457e+00	8.365	2.22e-16 ***
Year	-2.316e-02	2.251e-03	-10.288	< 2e-16 ***
Age	-2.285e-01	5.961e-02	-3.834	0.000137 ***
I(Age * Age)	1.181e-04	1.121e-05	10.538	< 2e-16 ***
Year:Age	1.504e-04	3.010e-05	4.998	7.18e-07 ***

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.05327 on 763 degrees of freedom

Multiple R-Squared: 0.9981, Adjusted R-squared: 0.998

F-statistic: 9.776e+004 on 4 and 763 degrees of freedom,

value: 0

p-

5. Ecrire l'équation du modèle et justifiez les variables prises en compte.
6. Quelles sont les observations? Combien sont-elles? Combien y a-t-il de paramètres à estimer.
7. Lorsque nous avons conclu en première partie à la croissance exponentielle des taux par âge était-ce justifié?
8. Décrivez les statistiques fournies dans le listing.
9. Commentez la baisse de la mortalité au cours du temps.
10. Ecrire l'équation de l'évolution de la mortalité le long d'une cohorte (on posera  $g = t - x$  où  $g$  est la génération).
11. Comment utiliseriez-vous ce modèle pour une projection de la mortalité dans le temps?
12. D'après l'évolution de la pente de la Gompertz que pouvez-vous dire de l'évolution de *l'écart-type* de la distribution des décès et non pas seulement de son espérance mathématique (qu'on appelle l'espérance de vie).

# Ajustement de la mortalité par âge et projections dans le temps (corrigé)

## Mesure de la mortalité

1. Le graphique 1 décrit sur un diagramme de Lexis (c'est à dire un

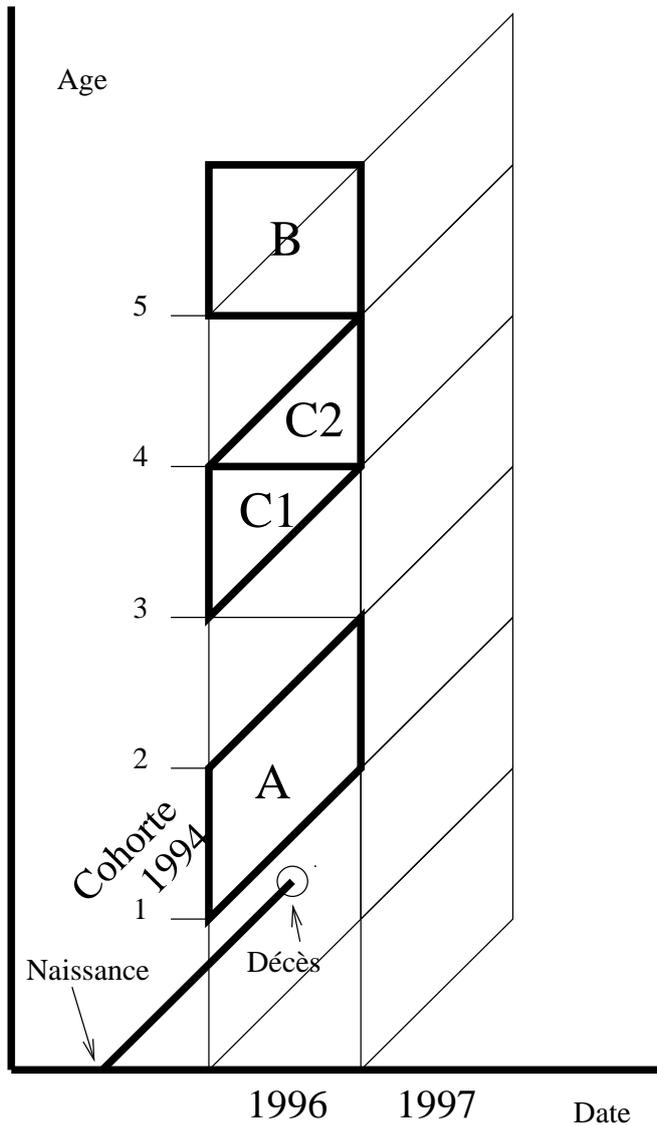


FIG. 1 – Domaines de Lexis par année de naissance, par âge en années révolues et suivant les deux classements.

système de coordonnées où le temps figure en abscisse et l'âge en ordonnée) les différents domaines de Lexis auxquels se rapportent les

trois types de classement statistique classique. On a également représenté la ligne de vie d'un enfant qui serait né environ en mars 1995 et décédé en juin 1996 à l'âge d'un an révolu. Ainsi, par exemple si on ne connaît que l'ensemble de décès de 1996 d'enfants nés en 1994 on obtient une statistique relative à l'ensemble des décès du domaine de Lexis A. Si on ne connaît que le nombre de décès de 1996 d'enfants âgés de 5 ans révolus au moment de leur décès on obtient le domaine B. Enfin si on connaît à la fois l'âge au décès et l'année de naissance on connaît le détail des triangles C1 et C2.

2. Un taux de mortalité à un âge donné multiplié par un court laps de temps  $\Delta t$  peut s'interpréter comme la probabilité conditionnelle de décéder dans cet instant pour un individu ayant atteint cet âge. La courbe des taux de mortalité par âge de l'espèce humaine décroît de la naissance jusque vers l'âge de 10 ans puis remonte exponentiellement au delà de cet âge. L'entrée dans la vie adulte (entre 16 et 24 ans) conduit à une surmortalité, en particulier pour les garçons. Ainsi au delà de 30 ans la courbe est exponentielle en fonction de l'âge. Une échelle semi-logarithmique revient à dessiner le logarithme de la courbe tout en conservant les inscriptions standards des grandes divisions d'une échelle arithmétique 1,2,3, 10 etc. Le logarithme d'une exponentielle étant une droite les taux de mortalité par âge devraient être parfaitement alignés.
3. On remarque ainsi sur le graphique 1 que la surface est en première approximation quasiment plate, ce qui démontre la croissance exponentielle de la mortalité avec l'âge et une décroissance modérée avec le temps. On peut en effet également remarquer qu'à 50 ans le niveau de la mortalité décroît avec les années.

Les fluctuations observées concernent tous les âges d'une même année. Il s'agit le plus souvent de maladies infectieuses comme la grippe.

Aux âges très élevés la mortalité est cahotique ; en effet les taux sont mal estimés car il y a peu de décès et peu d'effectifs survivants soumis au risque.

4. Le listing est celui fourni par un logiciel statistique classique. Plus précisément il s'agit ici de "R", un logiciel du domaine public utilisant le langage du logiciel S, aujourd'hui privé. "R" fonctionne sur tous les systèmes d'exploitation et les sources sont accessibles et modifiables (open source).
5. On devine à partir du listing qu'il s'agit d'un modèle de régression multiple (OLS=Ordinary least squares) où la variable à expliquer est le logarithme du taux de mortalité à l'âge  $x$  et l'année  $t$  ( $Mx$ ) et les variables explicatives sont le temps, l'âge, l'âge au carré, et le produit temps $\times$ âge qui exprime une interaction entre l'âge et le temps. Le

modèle s'écrit ainsi :

$$\ln(M(t, x)) = a + bt + cx + dx^2 + et \times x + u. \quad (1)$$

où  $a, b, c, d, e$  sont les paramètres à estimer et  $u(t, x)$  sont des variables aléatoires indépendantes qu'on suppose gaussiennes de moyenne nulle et de même écart-type  $\sigma$ . Le fait qu'il y ait deux indices pour indexer les individus ne change rien à la formulation classique d'une régression linéaire multiple.

Lorsque le temps est fixé, le modèle s'écrit :

$$\ln(M(t, x)) = (a + bt) + (c + et)x + dx^2 + u. \quad (2)$$

Il s'agit donc d'un modèle polynomial d'ordre 2 en  $x$ . Si le coefficient  $d$  était nulle, il s'agirait de l'équation d'une simple droite qui correspond au modèle de Gompertz (variation exponentielle des taux) :

$$M(t_0, x) = \exp(A_0 + B_0x) \quad (3)$$

6. Les observations sont au nombre  $(97 - 50 + 1) \times (1987 - 1972 + 1) = 768$ . En effet on a évité d'utiliser dans la régression des âges trop élevés où les taux sont mal estimés et les âges mal déclarés (attraction pour une déclaration d'un décès à 100 ans au lieu de 99 ou 101 ans!). Les décès ont été calculés par cohorte et par cumul depuis les âges extrêmes où les cohortes sont éteintes. Ceci explique qu'on ne puisse pas tenir compte de données plus récentes que 1987.

Nous avons à estimer 4 paramètres en plus de la constante.

7. A une date,  $t$ , donnée, la dérivée du logarithme du taux en fonction de l'âge :  $\frac{\partial \ln(\mu(t, x))}{\partial x} = \frac{\partial \mu}{\mu \partial x} = (c + et) + 2dx$ . En 1987, cette dérivée vaut  $0,07 + 0,00036x$ . En transversal (à  $t$  fixé) la pente de la Gompertz est donc de l'ordre de 8,2 % par année d'âge à 50 ans et de 9,2 % à 100 ans.

La croissance exponentielle est donc pleinement justifiée et, entre 50 et 87 ans on obtient plutôt une élévation de ce taux de croissance plutôt qu'un infléchissement. Ainsi, l'infléchissement des taux de mortalité prôné par certains démographes et biologistes aux âges très élevés n'est pas encore visible sur la mortalité masculine en France avant l'âge de 97 ans.

8. **Rappel** La figure 2 est une représentation géométrique classique d'une régression linéaire multiple  $y = xb + u$ . Les  $n$  composantes du vecteur  $y$  sont les  $n$  valeurs observées qu'on expliquerait par les  $n \times p$  valeurs des  $p$  variables explicatives. On suppose également qu'une  $p + 1$  variable est la constante. Un modèle de régression tente de simplifier l'espace  $R^n$  en un espace à  $p + 1$  dimensions engendré par les  $p$  variables explicatives et le vecteur unitaire  $\vec{e} (= (1, \dots, 1) \in R^n)$ . Les projections

orthogonales de  $y$  respectivement sur  $R^p$  et sur le vecteur  $\vec{e}$ , sont  $\hat{y}$  et  $\bar{y}$ . Le test de Fisher permet justement de connaître l'influence des variables explicatives autres que la constante sur la variable à expliquer  $y$ .

Les variables explicatives interviennent dans le vecteurs  $\hat{y} - \bar{y}$  qui évolue donc dans un espace à  $p$  dimensions.  $\hat{y}$  explique d'autant mieux le modèle que  $y$  est proche de sa projection  $\hat{y}$  (tout en étant éloigné de  $\bar{y}$ ). Une mesure équivalente est le " $R^2$ " qui traduit l'éloignement de  $\hat{y}$  par rapport à  $\bar{y}$  :

$$R^2 = \frac{\sum(y_i - \bar{y})^2 - \sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} \quad (4)$$

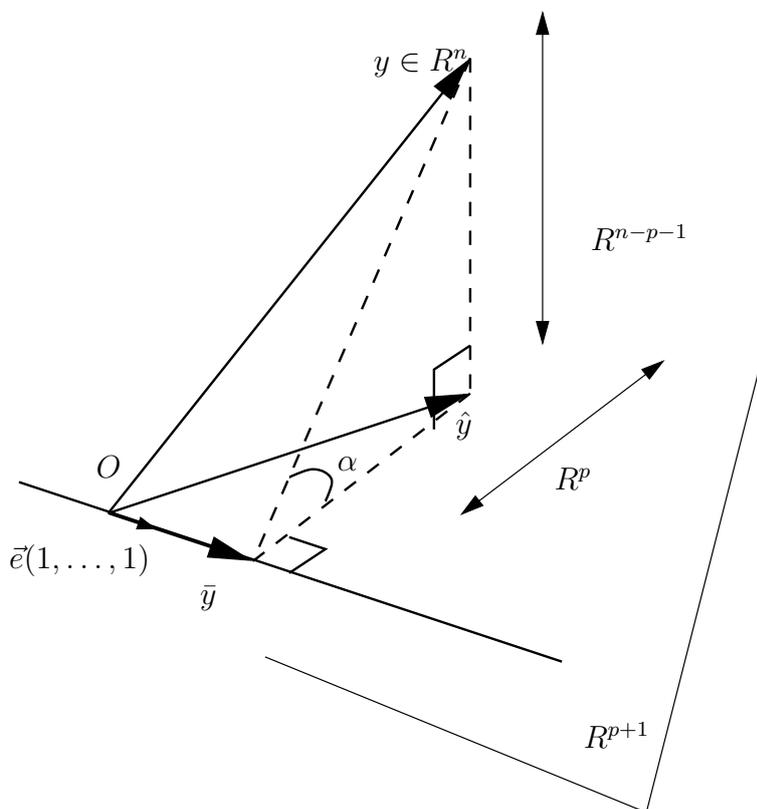


FIG. 2 – Représentation géométrique classique d'une régression linéaire

Il s'agit donc du carré du cosinus de l'angle  $\alpha$ .

Les résidus  $y - \hat{y}$  sont un vecteur aléatoire d'espérance nulle par construction et dont on suppose qu'il suit une loi gaussienne  $N(0, \sigma^2 I_n)$ . Sous cette hypothèse, les coordonnées de  $\hat{y}$  ou coefficients du modèle linéaire,  $\hat{b} = (x'x)^{-1}x'y = b + (x'x)^{-1}x'xu$ , sont également des variables

aléatoires gaussiennes. Mais comme la variance  $\text{var}(\hat{b}) = \sigma^2(x'x)^{-1}$  dépend de  $\sigma^2$  qui est généralement inconnue on ne peut pas la calculer explicitement.

On prend alors comme estimateur  $\widehat{\sigma^2}$  de cette variance la moyenne des carrés des résidus ou plus exactement la somme des carrés des résidus divisée par  $n - (p + 1)$  car il est sans biais. Cet estimateur suit alors un  $\chi^2$  à  $n - (p + 1)$  degrés de liberté. Le programme informatique fournit alors l'erreur standard des résidus ainsi que l'erreur standard de chacun des coefficients,  $\hat{s}_i$ , qui sont donc les racines des éléments diagonaux de la matrice :

$$\widehat{\text{var}(\hat{b})} = \widehat{\sigma^2}(x'x)^{-1}. \quad (5)$$

On peut alors construire alors pour chaque coefficient  $i$  dont la constante, un test en effectuant le rapport  $t = \frac{\hat{b}_i}{\hat{s}_i}$  rapport d'une loi normale  $N(b_i, 1)$  sur un  $\chi^2$  à  $n - (p + 1)$  degré de liberté c'est à dire un test de Student à  $n - p - 1$  degrés de liberté. En général, on teste l'hypothèse nulle que le coefficient  $b_i$  est égal à zéro contre l'hypothèse alternative que le coefficient est différent de zéro. Comme un Student est assez peu sensible aux degrés de liberté on se contente de rejeter l'hypothèse nulle dès que le test est supérieur à 2. On s'aperçoit sur le listing que tous les students sont supérieurs à 2 et qu'ainsi aucun des coefficients n'est nul.

On complète ces tests par un test de nullité de l'ensemble des coefficients autres que la constante. Comme montré précédemment, il s'agit de tester la nullité de  $\hat{y} - \bar{y}$  tout en souhaitant que  $y - \hat{y}$  ne soit pas trop grand. Ces deux vecteurs sont des vecteurs aléatoires gaussiens dont les variances dépendent de l'écart-type  $\sigma^2$  inconnue. L'astuce consiste alors construire un test sur le rapport des deux quantités de façon à éliminer cet inconnu.

Le rapport de la variance expliquée par la régression ou moyenne des carrés  $\frac{1}{n-p-1} \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$  par la moyenne des carrés des résidus  $\frac{1}{p} \sum (y_i - \hat{y}_i)$  s'écrit également  $\frac{R^2}{1-R^2} \frac{n-p-1}{p}$  et varie comme le rapport de deux  $\chi^2$ , c'est à dire comme une loi de Fisher  $\mathcal{F}(p; n - p - 1)$ . Dans notre cas, cette statistique vaut 9776 et est donc très significatif. L'ordinateur n'imprime même pas la valeur du seuil  $\mathcal{F}(4; 763)$  en deçà de laquelle nous pourrions rejeter l'hypothèse nulle : elle est donc bien inférieure à 1 %.

9. A un âge,  $x$ , donné, la dérivée du logarithme du taux en fonction du temps s'écrit :  $\frac{\partial \ln(\mu(t,x))}{\partial t} = \frac{\partial \mu}{\mu \partial t} = b + ex$ . La mortalité à 90 ans baisse donc de 0,96 % par an. Cette baisse décroît elle-même avec l'âge et n'est plus que de 0,812 % à 100 ans. La variation de la baisse n'est

pas uniforme et diminue de  $\frac{e}{b+ex}=1,6\%$  par année d'âge même si les variations absolues sont faibles.

10. En posant  $g = t - x$  où  $g$  est la génération née en  $t$  on trouve que le modèle s'écrit sous la forme :

$$\ln(M(g, x)) = a + bg + (b + c + eg)x + (d + e)x^2 \quad (6)$$

Ainsi si on s'intéresse à la cohorte née en 1897 qui a donc 90 ans en 1987, on trouve que la pente de la gompertz à cet âge est  $b + c + eg + 2(d + e)x$ , soit 8,20 % par année d'âge.

En transversale cette pente valait  $\frac{\partial \ln(\mu(t, x))}{\partial x} = \frac{\partial \mu}{\mu \partial x} = c + et + 2dx = 9,168\%$ .

On retrouve bien le résultat que la dérivée en cohorte est bien la somme des deux dérivées partielles :  $0,09168321 - 0,00962 = 0,0820631$ .

11. **Rappel** Le modèle de regression linéaire multiple peut être utilisé pour une projection de la mortalité dans le temps. D'une manière générale, si on croît au modèle  $y = xb + u$ , la valeur de la prédiction  $y_0$  prise pour un nouveau jeu de variables explicatives  $x_0$  est la variable  $y_0 = x'_0 b + u$  qui est gaussienne en raison de l'hypothèse faite sur la normalité de  $u$ . On rappelle que  $b$  est fixe mais inconnue et a pu être estimée par  $\hat{b}$ .

On remarque que  $E(y_0) = x'_0 b$  puisque  $E(u) = 0$ . On montre alors que parmi les estimateurs de  $x'_0 b$  linéaires en  $y$ , c'est à dire de la forme  $d'y$  (où  $y$  est le vecteur observé sur l'échantillon),  $x_0 \hat{b}$  est l'estimateur de variance minimale et sa variance est  $\text{var}(x'_0 b) = \sigma^2 x'_0 (X'X)^{-1} x_0$ . Ainsi la prédiction  $\hat{y}_0 = x'_0 \hat{b}$  suit une  $\mathcal{N}(x'_0 b, \sigma^2 x'_0 (X'X)^{-1} x_0)$ .

De nouveau, comme la variance  $\sigma^2$  est inconnue mais peut être estimée par  $\hat{\sigma}^2$  qui suit un  $\chi^2$  à  $n - (p + 1)$  degrés de liberté, on en déduit qu'un intervalle à  $100(1 - \alpha)$  pourcents ( $\alpha = 0,05$ ) de  $E(y|x = x_0)$  est donnée par :

$$x'_0 + t_{\alpha/2} \hat{\sigma}^2 \sqrt{x'_0 (X'X)^{-1} x_0} \quad (7)$$

La valeur de la probabilité cumulée 0,975 d'un Student à 763 degrés de liberté vaut 1,963. Ainsi le calcul informatisé du taux de mortalité à 100 ans en 1987 donne 0,592 et l'intervalle de confiance à 95 % est [0,580; 0,605]. Une projection pour l'an 2100 donnerait 0,236 et un intervalle de [0,190; 0,294].

L'intervalle de confiance obtenu ici est en fin de compte assez restreint pour un tel horizon de projection; cela résulte d'une part de l'hypothèse du modèle à savoir que les logarithmes des taux de mortalité sont liés entre eux par une fonction parabolique de l'âge et d'autre part du grand nombre d'observations.

N'importe quel modèle montrerait en tout cas que la pente de la Gompertz (l'effet de la parabole est négligeable) augmente avec la baisse de la mortalité.

La figure 3 trace ainsi la valeur des taux de mortalité par âge obser-

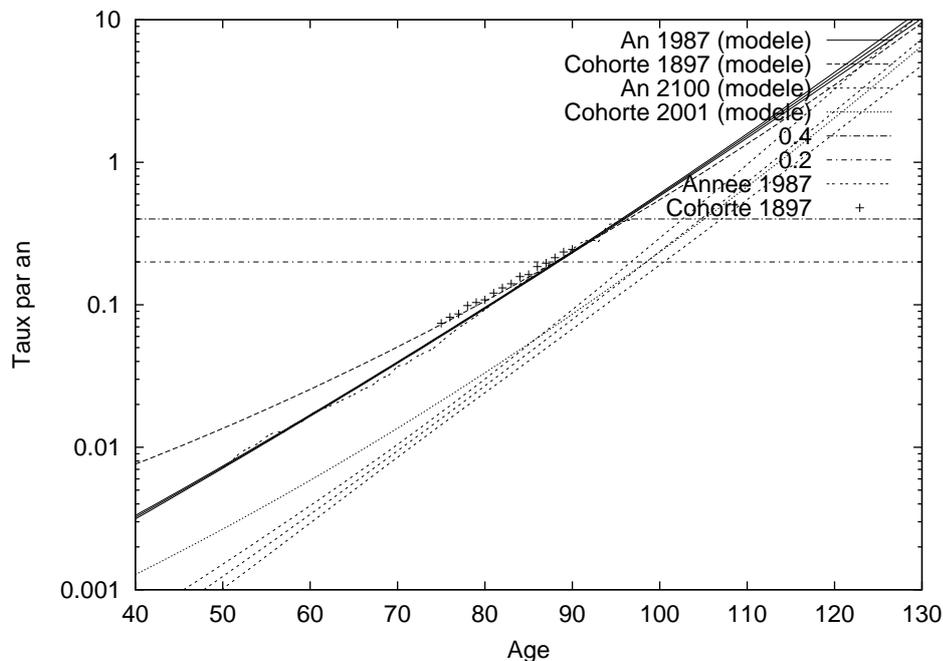


FIG. 3 – Taux de mortalité observés, ajustés et projeté par période et cohorte. Intervalles de confiance à 95 % pour 1987 et 2100 (France Hommes).

vés et ajustés par le modèle pour l'année 1987 et la cohorte née en 1897. Nous y avons ajouté les prédictions pour l'année 2100 (avec les intervalles de confiance à 95 %), ainsi que pour la cohorte née en 2001. Les courbes des cohortes se distingue par une pente légèrement plus faibles. Les intervalles à 95 % en 1987 et 2100 sont très regroupés.

On remarque ainsi que selon ce modèle la mortalité baisserait régulièrement à tous les âges mais moins fortement aux âges très élevés. Les courbes transversales de 2100 sont en effet décalées par rapport à celles de 1987 d'environ 10 ans à 85 ans et de 20 ans à 40.

12. Nous venons de voir que la pente de la Gompertz augmente avec le temps si bien qu'il est assez clair que nous n'assistons pas à une décalage de la droite de Gompertz selon des parallèles. Nous n'assistons donc pas à une augmentation uniforme de l'espérance de vie à tous les âges mais à une concentration des âges au décès c'est à dire à une décroissance de l'écart-type de l'âge au décès. La rectangularisation stricte de la fonction de survie correspondrait à une droite quasiment

verticale à un âge extrême : nous en sommes encore très loin également.

## Chaines de Markov

On considère la situation de l'économie d'un pays observée à différentes dates. On observe deux états possibles : soit elle est en récession, soit elle ne l'est pas. Ainsi, à l'instant  $t$ , on observe une variable aléatoire  $X_t$  qui vaut 1 si il y a récession et 2 sinon. On note  $\pi_1 = P(X_t = 1)$  et  $\pi_2 = P(X_t = 2)$ , ces deux probabilités sont indépendantes de  $t$ . Pour  $(i, j) \in \{1, 2\}^2$ , on note  $p_{ij} = P(X_t = j | X_{t-1} = i)$  la probabilité de transition de l'état  $i$  à l'état  $j$  et on supposera que  $p_{11} + p_{22} < 2$ .

On pose  $\pi = \begin{pmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \end{pmatrix}$  et  $P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{pmatrix}$

1. Démontrer que  $P = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_{22} \end{pmatrix}$
2. Démontrer que, pour  $i = 1, 2$ ,  $\pi_i = p_{1i}\pi_1 + p_{2i}\pi_2$ .
3. En déduire que  $\pi = P\pi$ .
4. Calculer  $P \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .
5. Déterminez les valeurs propres et des vecteurs propres associés de la matrice  $P$ . On notera  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  les deux valeurs propres rangées par ordre décroissant.
6. En déduire une expression des  $\pi_i$  en fonction de  $p_{11}$  et  $p_{22}$ .
7. Calculer  $P^m$ .
8. Déterminer la probabilité que l'économie soit en récession à l'instant  $t + m$ , sachant qu'elle ne l'était pas à l'instant  $t$ .

En pratique, on n'observe pas directement l'état de l'économie, plutôt des indicateurs qui en sont représentatifs. Par exemple, on observe ici le Produit National Brut (PNB) qui, à l'instant  $t$ , est une variable aléatoire notée  $Y_t$ .

On suppose maintenant que, conditionnellement à  $X_t = i$ , la variable aléatoire  $Y_t$  suit une loi normale de paramètres  $\mu_i$  et  $\sigma_i^2$ , pour  $i = 1, 2$ .

1. Donner l'expression de  $f_i$ , densité de probabilité de  $Y_t$  conditionnellement à  $X_t = i$ .
2. Soit  $f_{Y_t}$  la densité de la variable  $Y_t$ . Démontrer que

$$f_{Y_t}(y_t) = \frac{\pi_1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left\{-\frac{(y_t - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right\} + \frac{\pi_2}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp\left\{-\frac{(y_t - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right\}$$

On se propose maintenant d'obtenir les estimateurs de maximum de vraisemblance de  $\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \pi_1$  et  $\pi_2$ . Pour cela, on observe  $Y_t$  sur les instants  $t = 1$  à  $T$  et on maximise la fonction  $l(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \pi_1, \pi_2) = \sum_{t=1}^T \ln(f_{Y_t}(y_t))$  sous la contrainte  $\pi_1 + \pi_2 = 1$ .

1. Donner l'expression de la fonction  $g$  à dériver pour résoudre le problème.
2. Démontrer que

$$\frac{\partial g}{\partial \mu_i} = \sum_{t=1}^T \frac{(y_t - \mu_i)}{\sigma_i^2} P(X_t = i | Y_t = y_t),$$

que

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_i^2} = \sum_{t=1}^T \left( \frac{(y_t - \mu_i)^2}{\sigma_i^4} - \frac{1}{2\sigma_i^2} \right) P(X_t = i | Y_t = y_t)$$

et que

$$\frac{\partial g}{\partial \pi_i} = \sum_{t=1}^T \frac{f_i(y_t)}{f_{Y_t}(y_t)}.$$

3. Ecrire  $P(X_t = i | Y_t = y_t)$  en fonction de  $\pi_i$ , de  $f_{Y_t}(y_t)$  et de  $f_i(y_t)$ , pour  $i = 1, 2$ .
4. En déduire des question précédentes que, pour  $i = 1, 2$ , les estimateurs de maximum de vraisemblance sont solutions du système d'équation non linéaire :

$$\begin{cases} \hat{\mu}_i = \frac{\sum_{t=1}^T y_t P(X_t=i|Y_t=y_t)}{\sum_{t=1}^T P(X_t=i|Y_t=y_t)} \\ \hat{\sigma}_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \hat{\mu}_i)^2 P(X_t=i|Y_t=y_t)}{\sum_{t=1}^T P(X_t=i|Y_t=y_t)} \\ \hat{\pi}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T P(X_t = i | Y_t = y_t) \end{cases}$$

**Remarque :** En pratique, on ne peut résoudre analytiquement ce système. On peut utiliser alors l'algorithme suivant : 1) on fixe des valeurs arbitraires des paramètres ; 2) on calcule  $P(X_t = i | Y_t = y_t)$  à l'aide des résultats de la question 2 ; 3) on calcule ensuite les valeurs des paramètres par remplacement dans le système et on repart en 2). On réitère la procédure jusqu'à convergence. Une fois les  $\pi_i$  estimés, on peut utiliser ces estimateurs dans la première partie du problème pour estimer à leur tour les  $p_{ij}$  et ce sans directement observer les états.

## Sondage auprès des ménages

On s'intéresse, dans cet exercice, à la proportion des ménages possédant un bien d'équipement donné, puis à la façon dont évolue au cours du temps ce taux d'équipement.

On note  $p$  la proportion, dans la population, des ménages possédant le bien d'équipement considéré. Pour estimer à une date donnée cette proportion, on réalise un sondage en tirant au sort avec remise et de façon indépendante un échantillon de  $n_1$  foyers dans la population totale supposée infinie. A chaque foyer  $i$ , on associe la variable aléatoire  $X_i$  qui vaut 1 si le foyer possède le bien d'équipement et qui vaut 0 sinon.

### Partie 1

#### Question 1

Quelle est la loi de  $X_i$ ? En déduire celle de  $X_1 + X_2 + \dots + X_n$

On définit la variable aléatoire  $F_1 = \frac{1}{n_1}(X_1 + X_2 + \dots + X_{n_1})$

Calculer l'espérance et la variance de  $F_1$ . Que peut-on dire quand  $n_1$  tend vers l'infini?

#### Question 2

Un second échantillon de foyers est tiré au sort dans les mêmes conditions que le premier, à la même date mais de façon indépendante. On note  $n_1$  et  $n_2$  les effectifs des deux échantillons et  $F_1$  et  $F_2$  les estimateurs associés construits comme dans la question précédente.

On pose  $G = \frac{1}{2}(F_1 + F_2)$ . Calculer l'espérance de  $G$ . Que peut-on dire si  $n_1$  et  $n_2$  tendent vers l'infini?

Calculer la variance de l'estimateur  $G$ .

On suppose que  $n_1 > n_2$ . A quelle condition  $G$  est-il un meilleur estimateur de  $p$  que  $F_1$  et  $F_2$ ?

#### Question 3

De façon générale, on s'intéresse aux estimateurs de  $p$  de la forme  $uF_1 + vF_2$ . Déterminer les coefficients réels  $u$  et  $v$  de telle façon que :

-  $uF_1 + vF_2$  soit un estimateur sans biais de  $p$

et que

- il soit de variance minimum parmi les estimateurs de cette forme.

Interpréter le résultat obtenu.

## Partie 2

On suppose désormais que, grâce à des sondages tels ceux de la question précédente, on dispose aux dates 1, 2, ...t.... d'une estimation des taux d'équipements des ménages que l'on notera  $p_1, p_2, \dots, p_t, \dots$

On postule pour les  $p_t$  un modèle de type logistique :

$$p_t = \frac{1}{1+a \exp(-bt)} + \varepsilon_t$$

avec les résidus  $\varepsilon_t$  supposés centrés et gaussiens

et où  $a$  et  $b$  sont des coefficients  $>0$

### Question 4

Tracer le graphe de la fonction  $f(x) = \frac{1}{1+a \exp(-bx)}$ .  
Commenter le choix du modèle retenu pour  $p_t$ .

### Question 5

Déterminer les équations vérifiées par les estimateurs des moindres carrés de  $a$  et de  $b$

(Ces estimateurs sont obtenus en minimisant en  $a$  et  $b$  l'expression suivante :

$$\sum_{t=1}^T (p_t - \frac{1}{1+a \exp(-bt)})^2$$

Quelle difficulté apparaît ?

### Question 6

Effectuer un changement de variables pour montrer que le modèle logistique peut être transformé en un modèle linéaire que lon précisera. (on supposera pour faire la transformation que  $\varepsilon_t=0$  pour tout  $t$ )

### Question 7

Calculer avec les notations de la question a)  $\frac{f'(t)}{f(t) \times (1-f(t))}$ .  
A quoi pourrait vous servir ce résultat ?

## Sondage auprès des ménages : corrigé

### Question 1

$X_i$  suit une loi de Bernoulli de paramètre  $p$ ; les  $X_j$  étant indépendantes (tirages avec remise)  $X_1 + X_2 + \dots + X_n$  suit une loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ . On en déduit que  $E[F_1] = p$  et que  $Var[F_1] = \frac{p(1-p)}{n}$ . Lorsque  $n$  tend vers l'infini,  $F_1$  tend vers  $p$ .

### Question 2

On a  $E[G] = p$ ; lorsque  $n_1$  et  $n_2$  tendent vers l'infini,  $G$  tend vers  $p$ . De plus  $Var(G) = \frac{1}{4}Var[F_1] + \frac{1}{4}Var[F_2] = \frac{p(1-p)}{4}(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})$ .  $G$  sera un meilleur estimateur que  $F_1$  et  $F_2$  si sa variance est plus faible (puisque les trois estimateurs sont sans biais, c'est la comparaison des variances qui permet de déterminer le meilleur). Par hypothèse  $n_1 > n_2$  et donc  $Var[F_1] < Var[F_2]$  et l'on remarque que  $Var[G] < Var[F_1]$  ssi  $(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}) < \frac{4}{n_1}$

On en déduit donc que  $G$  est un meilleur estimateur ssi  $n_1 < 3n_2$

### Question 3

$uF_1 + vF_2$  est sans biais si et seulement si  $u+v=1$ . De plus,  
 $Var[uF_1 + vF_2] = u^2 \frac{1}{n_1} * p * (1-p) + v^2 \frac{1}{n_2} * p * (1-p)$

Il s'agit donc de minimiser en  $u$  la fonction  $\frac{u^2}{n_1} + \frac{(1-u)^2}{n_2}$ . L'étude de la fonction montre que le minimum est atteint pour  $u = \frac{n_2}{n_1+n_2}$  et pour cette valeur de  $u$ , l'estimateur associé est :

$$\frac{n_1}{n_1+n_2}(\frac{1}{n_1}(X_1+\dots+X_{n_1})) + \frac{n_2}{n_1+n_2}(\frac{1}{n_2}(X_{n_1+1}+\dots+X_{n_1+n_2})) = \frac{1}{n_1+n_2}(X_1+\dots+X_{n_1+n_2})$$

C'est exactement l'estimateur que l'on aurait obtenu en ne faisant qu'un seul échantillon; il n'y a rien à gagner ici à "fractionner" en plusieurs échantillons et à reconstituer les estimateurs.

### Question 4

Il s'agissait de faire une rapide étude de fonction pour tracer le graphe. On remarque que lorsque  $x$  tend vers l'infini,  $f(x)$  tend vers 1, et donc on fait l'hypothèse que le taux d'équipement sera égal à 1 à long terme; cet équipement est donc susceptible d'intéresser tous les ménages.

### Question 5

Il s'agissait de calculer les dérivées partielles par rapport à  $a$  et par rapport à  $b$  de l'expression  $\sum_{t=1}^T (pt - \frac{1}{1+a \exp(-bt)})^2$ , puis de trouver les valeurs de  $a$  et  $b$  qui les égalent simultanément à zéro. On se rend compte en menant

les calculs qu'il n'est pas possible de résoudre analytiquement le système. Il faut donc procéder autrement.

### Question 6

On a  $\frac{1}{p_t} - 1 = a \exp(-bt)$  d'où  $\ln\left(\frac{1-p_t}{p_t}\right) = \ln(a) - bt$ . On pose  $z_t = \ln\left(\frac{1-p_t}{p_t}\right)$  et  $y_t = t$  alors  $Z = BY + A$  correspond bien à un système linéaire.

### Question 7

Compte tenu de l'expression de  $f$ , on trouve  $\frac{f'(t)}{f(t)*(1-f(t))} = b$ .

En remplaçant  $f'(t)$  par  $p_{t+1} - p_t$  et  $f(t)$  par  $p_t$ , on peut voir a priori si ce type de modèle va marcher en regardant dans quelle mesure  $\frac{(p_{t+1} - p_t)}{p_t*(1-p_t)}$  varie beaucoup avec  $t$  ou non.

## Quelques questions sur le veuvage

1. Soit  $X$  la variable aléatoire donnant la durée de vie d'un individu et  $F(x) = \Pr(X \leq x)$  sa fonction de répartition. On pose  $S(x) = 1 - F(x)$ , montrer que l'espérance de vie d'un individu est :

$$e_0 = \int_0^{\infty} S(u) du. \quad (1)$$

2. Si on suppose que la survie est exponentielle ( $S(x) = \exp(-\mu x)$ ) quelle est alors la valeur de l'espérance de vie ?
3. On considère dorénavant un couple d'individus mariés dont on admet qu'ils ont la même loi de survie et que ces lois sont indépendantes. Soit  $X_1$  et  $X_2$  ces deux variables aléatoires. Que représente la variable  $|X_1 - X_2|$  ?
4. Montrer que  $|X_1 - X_2| = \max(X_1, X_2) - \min(X_1, X_2)$ .
5. Démontrer que la fonction de répartition de la loi du minimum est  $1 - S(x)^2$ .
6. Quelle est celle du maximum ?
7. Si on suppose que  $X_1$  et  $X_2$  suivent une loi normale ayant pour espérance  $\mu$  et pour variance  $\sigma^2$  quelle est la loi de  $X_1 - X_2$  ?
8. Pouvez-vous esquisser la fonction de densité de la variable  $|X_1 - X_2|$  ?
9. Soit  $Y_1 = \min(X_1, X_2)$  et  $Y_2 = \max(X_1, X_2)$  montrer que :

$$\Pr(Y_1 \leq y_1 \cap Y_2 \leq y_2) = [F(y_2)]^2 - [F(y_2) - F(y_1)]^2 \quad (2)$$

10. Pourriez-vous en déduire la loi du couple  $(Y_1, Y_2)$  ?
11. On suppose désormais que l'espérance de vie des femmes est plus longue que celle des hommes quelle en est la conséquence sur la durée du veuvage ? Calculer la variation de la durée du veuvage si on admet que la force de mortalité est indépendante de l'âge (survie exponentielle).
12. On observe que la mortalité baisse au cours du temps ; d'après vos connaissances qu'en est-il de l'évolution de l'écart-type de l'âge au décès ?
13. On observe également que le décès d'un conjoint augmente le risque de décès du conjoint survivant, du moins pendant une certaine période. Quelle est l'influence de cette dépendance entre les deux lois de survie sur la durée du veuvage ?
14. Que savez-vous de l'évolution au cours du temps de l'écart entre les espérances de vie masculine et féminine en France et dans la plupart des pays développés ?

15. La mortalité varie fortement entre les classes sociales puisqu'un manoeuvre de 35 ans vivra en moyenne 8 ans de moins qu'un instituteur. L'endogamie sociale augmente-t-elle la durée du veuvage ?
16. Peut-on prévoir une augmentation de la durée du veuvage à l'avenir ?

## Quelques questions sur le veuvage (corrections)

La mortalité baisse dans la plupart des pays développés conduisant à un vieillissement massif des populations. Comme l'incapacité et la dépendance augmentent fortement avec l'âge et atteint des prévalences de quelques pourcents au delà de l'âge de 70 ans, on peut craindre une augmentation du nombre des personnes dépendantes même si des progrès en matière de recouvrement de la santé sont faits. Les veufs sont plus dépendants que les personnes mariées et c'est la raison pour laquelle nous nous intéressons ici à l'évolution du veuvage lorsque la mortalité baisse.

1. Soit  $X$  la variable aléatoire donnant la durée de vie d'un individu et  $F(x) = \Pr(X \leq x)$  sa fonction de répartition. On pose  $S(x) = 1 - F(x)$ . L'espérance de vie d'un individu est par définition l'espérance mathématique de sa durée de vie  $X$ . La densité,  $f(x)$  de la loi  $X$  est la dérivée de la fonction de répartition :

$$f(x) = F'(x) = -S'(x) \quad (1)$$

Il nous suffit alors d'intégrer par partie (on prend  $u = x$ ,  $v' = -S'$  et non  $v' = F'$  afin d'obtenir une intégrale convergente

$$e_0 = \int_0^{\infty} x(-)S'(x) dx = [xS(x)]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} S(x) dx, \quad (2)$$

On vérifie en effet que pour une fonction de survie décroissant plus rapidement que  $x$ , comme dans le cas d'une exponentielle décroissante  $\exp(-x)$ , l'exponentielle l'emporte à l'infini et la partie entre crochet est nulle. Ainsi l'espérance de vie d'un individu vaut l'expression demandée.

2. Si on suppose que la survie est exponentielle ( $S(x) = \exp(-\mu x)$ ) alors la valeur de l'espérance de vie vaut :

$$e_0 = \int_0^{\infty} \exp(-\mu x) dx = \frac{1}{\mu}. \quad (3)$$

3. On considère dorénavant un couple d'individus mariés dont on admet qu'ils ont la même loi de survie et que ces lois sont indépendantes. Soit  $X_1$  et  $X_2$  ces deux variables aléatoires. La variable  $|X_1 - X_2|$  est la valeur absolue de la différence des durées de vie entre l'homme et la femme c'est donc la durée du veuvage de ce couple originel.
4. La valeur absolue  $y$  est définie ainsi :

$$|y| = \begin{cases} y & \text{si } y \geq 0, \\ -y & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4)$$

Ainsi :

$$\max(X_1, X_2) - \min(X_1, X_2) = \begin{cases} X_1 - X_2 & \text{si } X_1 \geq X_2, \\ X_2 - X_1 & \text{si } X_2 \geq X_1. \end{cases} \quad (5)$$

ce qui est la définition de  $|X_1 - X_2|$ .

5. La fonction de répartition de la loi du minimum est définie comme :

$$F_{Y_1}(x) = \Pr(\min(X_1, X_2) \leq x) = 1 - \Pr(X_1 \geq x \cap X_2 \geq x) \quad (6)$$

$$= 1 - \Pr(X_1 \geq x) \Pr(X_2 \geq x), \quad (7)$$

$$= 1 - S(x)^2 = 1 - (1 - F(x))^2 = 2F(x) + F(x)^2. \quad (8)$$

6. De même

$$F_{Y_2}(x) = \Pr(\max(X_1, X_2) \leq x) = \Pr(X_1 \leq x \cap X_2 \leq x) \quad (9)$$

$$= \Pr(X_1 \leq x) \Pr(X_2 \leq x), \quad (10)$$

$$= F(x)^2. \quad (11)$$

7. Si on suppose que  $X_1$  et  $X_2$  suivent une loi normale ayant pour espérance  $\mu$  et pour variance  $\sigma^2$  la loi de  $X_1 - X_2$  est la somme de deux lois  $X_1$  et  $(-X_2)$  aléatoires indépendantes gaussiennes. La somme des deux lois est une gaussienne dont l'espérance est la différence des espérances et la variance la somme des variances. La loi de  $X_1 - X_2$  est donc une gaussienne centrée de variance  $2\sigma^2$ .
8. Il s'agit de la valeur absolue de la loi gaussienne précédente. Ainsi si la réalisation de cette loi est négative on lui attribue la même valeur positive avec une probabilité identique puisque la gaussienne est symétrique et centrée. La distribution est donc égale au double d'une gaussienne tronquée sur sa partie gauche (voir la figure 1). Son espérance mathématique est donc positive mais n'est pas immédiate à calculer.
9. Soit  $Y_1 = \min(X_1, X_2)$  et  $Y_2 = \max(X_1, X_2)$  alors, en s'aidant de la figure 2, on peut en déduire que :

$$\begin{aligned} G(y_1, y_2) &= \Pr(Y_1 \leq y_1 \cap Y_2 \leq y_2) \\ &= \Pr(Y_2 \leq y_2) - \Pr((Y_2 < y_2) \cap (Y_1 > y_1)) \\ &= F(y_2)^2 - [F(y_2) - F(y_1)]^2 \quad (-\Pr(\text{deux entre } y_1 \text{ et } y_2)) \\ &= 2F(y_1)F(y_2) - F(y_1)^2. \end{aligned}$$

10. La densité de la loi du couple  $(Y_1, Y_2)$  s'en déduit en dérivant la fonction de répartition de la question précédente suivant  $y_1$  puis suivant  $y_2$  (ou bien suivant  $y_2$  puis suivant  $y_1$ ) :

$$\frac{\partial G}{\partial y_1} = 2F'(y_1)(F(y_2) - F(y_1)) \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial y_1 \partial y_2} = 2F'(y_1)F'(y_2) = g(y_1, y_2). \quad (13)$$

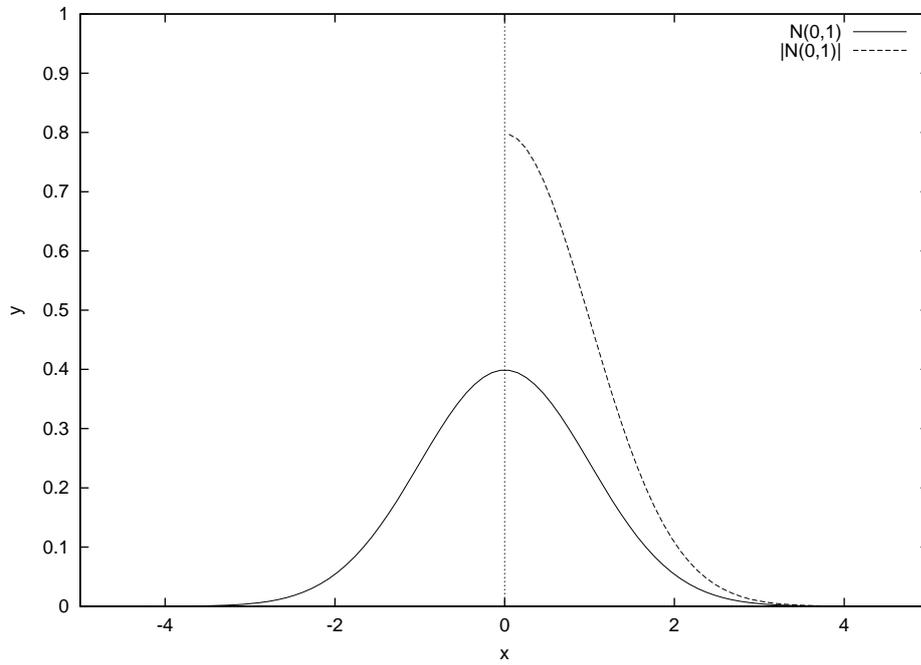


FIG. 1 – Loi normale centrée réduite et loi de sa valeur absolue.

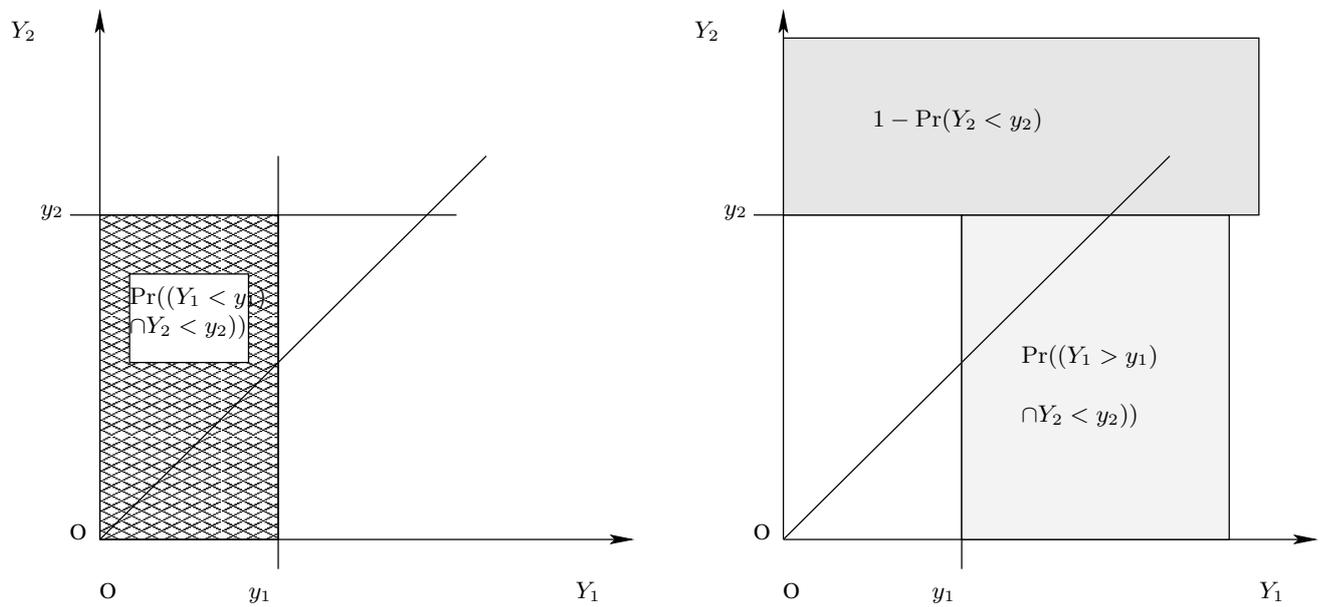


FIG. 2 – Aires des probabilités.

11. On suppose désormais que l'espérance de vie des femmes est plus longue que celle des hommes. Dans ce cas la loi de la différence n'est plus une loi centrée mais décalée de la différence de l'espérance de vie féminine moins l'espérance de vie masculine et cela quelle que soit la densité de chacune des lois.
12. La mortalité a en effet baissé au cours du temps dans la plupart des pays et l'espérance de vie a ainsi augmenté. Lorsque la mortalité était importante la mortalité infantile et juvénile étaient également très importantes si bien que l'espérance de vie était courte (25, 30 ans) et l'écart-type au décès était également important. Lorsque la mortalité baisse et que l'espérance de vie augmente l'écart-type au décès se réduit ; nous devrions observer au cours des prochaines décennies une augmentation moindre de l'espérance de vie et, par contre, une continuelle réduction de l'écart-type au décès. On parle ainsi de rectangularisation de la fonction de survie.
13. On observe en effet que le décès d'un conjoint augmente le risque de décès du conjoint survivant, du moins pendant une certaine période. Ainsi cette dépendance entre les deux lois de survie diminue la durée du veuvage qu'on obtiendrait si les deux décès étaient indépendants.
14. L'écart entre les espérances de vie masculine et féminine a augmenté jusqu'à atteindre 8 ans en France. Mais dans la période récente cet écart stagne ou régresse ce qui irait plutôt dans le sens d'une régression du veuvage.
15. La mortalité varie fortement entre les classes sociales puisqu'un manoeuvre de 35 ans vivra en moyenne 8 ans de moins qu'un instituteur. Ainsi, si un individu d'une classe sociale défavorisée épouse quelqu'un de la même classe sociale, les durées de vie de l'un comme de l'autre seront courtes alors que si ce même individu épouse une personne d'une classe favorisée cette dernière vivra en moyenne plus longtemps augmentant d'autant la durée du veuvage. Certes les écarts-types des âges au décès sont très importants (de l'ordre de 16 ans) même au sein d'une classe sociale si bien qu'au niveau individuel un tel phénomène ne peut être observé mais au niveau collectif l'endogamie sociale a donc pour conséquence de diminuer la durée du veuvage. Il est par contre difficile de mesurer s'il y a augmentation ou diminution de l'endogamie sociale.
16. Avec la rectangularisation de la durée de survie, il paraît assez clair que la durée du veuvage va diminuer. Il faudrait de nouveau une augmentation de l'écart entre l'espérance de vie des femmes et celle des hommes ou une diminution de l'endogamie sociale pour contrecarrer ce mouvement de baisse de la durée du veuvage.

## Analyse discriminante

### Préliminaires

On considère une matrice  $(p \times p)$ , symétrique et définie positive  $V$  dont la suite des valeurs propres rangées par ordre décroissant est  $(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$ ; ces valeurs propres sont supposées distinctes et non-nulles. On note  $(u_1, \dots, u_p)$  une suite de vecteurs propres orthonormés associés.

Soit  $v$  un vecteur de  $\mathbb{R}^p$  de coordonnées  $(\alpha_1, \dots, \alpha_p)$  dans la base  $(u_1, \dots, u_p)$  que l'on supposera normé.

1. Donner l'expression de  $v$  en fonction de  $u_1, \dots, u_p$ .
2. Quelle propriété doivent vérifier les  $\alpha_i$ , pour  $i = 1, \dots, p$ , pour que  $v$  soit normé ?
3. En notant  ${}^t v$ , le transposé du vecteur  $v$ , démontrer que  ${}^t v V v = \sum_{i=1}^p \alpha_i^2 \lambda_i$ .
4. En utilisant la question 2, démontrer que  ${}^t v V v \leq \lambda_1$ . A quelle condition y a-t-il égalité ?
5. Déduire de la question précédente que le maximum de la fonction  $f(v) = {}^t v V v$ , sous la contrainte  $v$  normé, est  $\lambda_1$  et il est atteint pour  $v = \pm u_1$ .

### Problème

On considère un problème de reconnaissance de  $K$  visages. Les données sont des images des  $K$  individus caractérisées par les niveaux de gris de chaque pixel (un pixel est un petit carré de couleur, élément de base de l'image). Pour chaque image, on dispose donc du vecteur  $Y$  des niveaux de gris et d'une variable  $X$  qui identifie la personne photographiée.

L'objectif est à partir d'un échantillon de base d'"apprendre" les photographies de sorte que, en présentant une nouvelle image de l'un des  $K$  individus, on puisse automatiquement l'identifier.

Ce problème est un problème d'affectation à des groupes pour lequel nous proposons différentes approches.

### Approche n°1

*Rappel : Une variable aléatoire vectorielle  $Z$  de  $\mathbb{R}^p$  suit une loi normale de moyenne  $\mu$  et de matrice de variance  $\Gamma$  si sa densité s'écrit :*

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^p} \frac{1}{\sqrt{\det(\Gamma)}} \exp\left(-\frac{{}^t(z - \mu)\Gamma^{-1}(z - \mu)}{2}\right).$$

Soit  $Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_p \end{pmatrix}$  la variable aléatoire de  $\mathfrak{R}^p$  qui est le vecteur des

niveaux de gris et soit  $X$  la variable aléatoire à  $K$  modalités indentifiant les individus. L'idée ici est, ayant observé  $Y$ , d'affecter l'image à l'individu le plus probable.

On note, pour  $k = 1, \dots, K$ ,  $p_{kY} = P(X = k|Y = (y_1, \dots, y_p))$ ,  $f_{Yk}$  la densité de  $Y$  sachant que  $X = k$  et  $f_Y$  la densité de la variable  $Y$ . On pose également  $p_k = P(X = k)$ .

1. Justifier le fait la solution du problème consiste à rechercher le maximum en  $k$  de  $p_{kY}$ .
2. Démontrer que  $p_{kY} = \frac{f_{Yk}(y_1, \dots, y_p)p_k}{f_Y(y_1, \dots, y_p)}$ .
3. On suppose maintenant que, conditionnellement à  $X = k$ ,  $Y$  suit une loi normale de paramètres  $\mu_k$  et  $\Sigma$ . Donner l'expression de  $f_{Yk}(y_1, \dots, y_p)$ .
4. Démontrer que le problème se ramène à la maximisation en  $k$  de  $\ln p_k - \frac{1}{2} {}^t(Y - \mu_k)\Sigma^{-1}(Y - \mu_k)$ .
5. En remarquant, que  ${}^t(Y - \mu_k)\Sigma^{-1}(Y - \mu_k)$  est une distance entre  $Y$  et  $\mu_k$ , comment s'interprète ce critère.
6. Dans le cas de deux personnes seulement ( $K = 2$ ), démontrer que l'on affectera la photo à l'individu 1 si  $\ln \frac{p_1}{p_2} + {}^t(\mu_1 - \mu_2)\Sigma^{-1}Y - \frac{1}{2} {}^t(\mu_1 - \mu_2)\Sigma^{-1}(\mu_1 + \mu_2) > 0$ .

### Approche n°2

Les photographies considérées peuvent être de plus ou moins bonne qualité. Pour cette raison, on souhaite effectuer un filtrage pour éliminer une part du bruit contenu dans les images. Pour cela, on se propose de déterminer de nouvelles variables aléatoires, combinaison linéaires des  $Y_i$  et qui contiennent le maximum du pouvoir discriminant de  $Y$ . Soit  $C_1$  une première variable de ce type. On a donc  $C_1 = \sum_{i=1}^p a_i Y_i$  ( ou encore  $C_1 = {}^t a Y$ ,

en posant  $a = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_p \end{pmatrix}$ ) et le pouvoir discriminant de  $C_1$  est mesuré par

$$\eta^2(C_1|X = k) = \frac{\text{Var}(E(C_1|X = k))}{\text{Var}(C_1)}.$$

1. Démontrer que  $\eta^2(C_1|X = k) = \frac{{}^t a \text{Var}(E(Y|X=k)) a}{{}^t a V_Y a}$  où  $V_Y$  est la matrice de variance covariance de  $Y$ , supposée inversible. On notera par la suite  $V = \text{Var}(E(Y|X = k))$ .

2. Soit  $b = V_Y^{1/2} a$ , où  $V_Y^{1/2}$  est une matrice telle que  $V_Y^{1/2} V_Y^{1/2} = V_Y$ , également supposée inversible. Démontrer que  $\eta^2(C_1|X = k) = \frac{{}^t b V_Y^{-1/2} V V_Y^{-1/2} b}{{}^t b b} = f(b)$ .
3. En déduire qu'un vecteur  $b_1$  qui maximise  $f(b)$  est vecteur propre normé de la matrice  $V_Y^{-1/2} V V_Y^{-1/2}$ , associé à la plus grande valeur propre  $\lambda_1$ .
4. En déduire qu'un vecteur  $a_1$  qui maximise  $\eta^2(C_1|X = k)$  est donné par  $a_1 = V_Y^{-1/2} b_1$ .
5. Démontrer qu'il existe un vecteur  $u_1$ , tel que  $V u_1 = \lambda_1 V_Y u_1$ .
6. En notant  $\Sigma$  la matrice de variance-covariance de  $Y$  conditionnelle à  $X = k$ , pour tout  $k$ , et utilisant la formule de décomposition de la variance :  $V_Y = V + \Sigma$ , démontrer que le vecteur  $v_1 = \Sigma^{1/2} a_1$  est vecteur propre de la matrice  $\Sigma^{-1/2} V \Sigma^{-1/2}$  associé à la valeur propre  $\nu_1 = \frac{\lambda_1}{1-\lambda_1}$ .
7. En déduire que  $a_1$  est vecteur propre de la matrice  $\Sigma^{-1} V$ .
8. On pose  $\hat{Y} = \frac{{}^t a_1 \Sigma^{-1} Y}{\sqrt{{}^t a_1 \Sigma^{-1} a_1}}$  et  $\hat{\mu}_k = \frac{{}^t a_1 \Sigma^{-1} \mu_k}{\sqrt{{}^t a_1 \Sigma^{-1} a_1}}$ . On décide d'affecter au groupe  $k$  si  $d_{\Sigma^{-1}}^2(\hat{Y}, \hat{\mu}_k) = {}^t (\hat{Y} - \hat{\mu}_k) \Sigma^{-1} (\hat{Y} - \hat{\mu}_k)$  est minimale en  $k$ . Cette règle vous paraît-elle cohérente avec celle de la question 4 de la partie précédente ?
9. Démontrer que cela revient à rechercher la minimum en  $k$  de  $({}^t a_1 \Sigma^{-1} (\hat{Y} - \mu_k))^2$ .

**Annexe 1 : Arrêté du 4 janvier 1977 créant  
l'agrégation**

## Agrégation de sciences sociales

*Se référer également à l'article 820-2a*

### Arrêté du 4 Janvier 1977

(Education)

Vu A.29-7-1985 mod.; A. 30-11-1968 mod. par A. 8-12-1972 et 30-5-1973; avis Cons. ens. gén. et tech. ; sect. perm. Cons. sup. Educ. nat..

### *Création d'une agrégation de sciences sociales.*

**Article premier. — Il est institué une agrégation de sciences sociales des lycées.**

**Art. 2. — Les épreuves de l'agrégation de sciences sociales sont fixées ainsi**

**qu'il suit :** Arrêté du 27.4.1995, JO du 6.5.1995, 1824 B.O. N° 21. 25 mai 1995

#### SECTION SCIENCES SOCIALES

##### A - Épreuves écrites d'admissibilité

-1 ° Composition de sciences sociales portant sur la sociologie, la démographie, les institutions politiques, le droit social.

Durée: sept heures.

Coefficient 4.

- 2° Composition de sciences économiques. Durée : sept heures.

Coefficient 4.

- 3° Composition d'histoire et géographie du monde contemporain.

Durée : cinq heures.

Coefficient 2.

Le programme sur lequel portent les épreuves écrites d'admissibilité est publié au Bulletin Officiel de l'éducation nationale.

##### B - Épreuves orales d'admission

- 1° Leçon portant sur le programme de l'option sciences économiques et sociales de la classe de seconde ou sur le programme de sciences économiques et sociales de première ou de terminale ES des lycées (y compris sur le programme d'enseignement de la spécialité en classe de terminale ES), suivie d'un entretien avec le jury.

Durée de la préparation : six heures.

Durée de l'épreuve : une heure maximum (leçon : quarante cinq minutes ; entretien : quinze minutes maximum).

Coefficient 5.

- 2° Commentaire d'un dossier portant sur un problème économique ou social d'actualité, suivi d'un entretien avec le jury.

Durée de la préparation : quatre heures.

Durée de l'épreuve : quarante cinq minutes maximum (commentaire : trente minutes ; entretien : quinze minutes maximum). Coefficient 3.

- 3° Épreuve de mathématiques et statistique appliquées aux sciences sociales et économiques. Durée de la préparation : une heure trente minutes.

Durée de l'épreuve : trente minutes.

Coefficient 2.

Cette dernière épreuve porte sur un programme publié au Bulletin Officiel de l'éducation nationale.

## Annexe

*(Modifiée par la note du 6 juin 1965)*

## PROGRAMME DE L'AGREGATION DE SCIENCES SOCIALES

## EPREUVES ORALES DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES AUX SCIENCES SOCIALES

Cette épreuve a un double objectif :

1. Il s'agit d'abord de s'assurer que les candidats maîtrisent certains outils mathématiques et statistiques, en nombre nécessairement limité, que les professeurs de sciences économiques et sociales sont appelés à utiliser dans l'enseignement secondaire (tableaux croisés, graphiques, indices, moyenne, médiane, dérivée, étude d'une fonction) ;

2. Le second objectif, plus général, consiste à s'assurer que les candidats possèdent une culture mathématique et statistique suffisante pour la compréhension des théories contemporaines, lorsqu'elles présentent sous un aspect formalisé, et pour la lecture régulière d'ouvrages ou de revues indispensables à la formation continue des enseignants.

On peut citer, à titre d'exemples : le modèle keynésien et le modèle néo-classique ; la théorie de Straffa ; la comptabilité nationale; la transformation des valeurs en prix ; le modèle de Samuelson ; le modèle des populations stables ; l'analyse de dépendance.

Pour aborder ces modèles ou ces théories, il est nécessaire d'avoir une connaissance (sans recourir à des démonstrations difficiles d'instruments tels que : l'optimisation; les fonctions de plusieurs variables; l'algèbre linéaire.

Le programme qui suit est orienté vers la réalisation de cette double intention.

## I. ENSEMBLES

Ensembles convexes (on supposera connues les bases de la théorie des ensembles).

## II. SUITES ET SERIES

Définitions : sens de variation, convergence; suites récurrentes du premier ordre et du deuxième ordre (pour ce dernier, on indiquera la forme de la solution sans démonstration).

Séries : définition, convergence; cas des séries de terme général  $q^n$  et  $q^n/n!$  (pour cette dernière, on indiquera la forme de la solution, sans démonstration).

## III. FONCTIONS NUMERIQUES D'UNE VARIABLE REELLE

Limites; continuité; dérivation: développements limités; formule de Taylor.

Fonctions usuelles : fonctions polynômes, décomposition en un produit de fonctions affines; fonctions circulaires, fonctions rationnelles. Logarithmes, exponentielle et puissances.

Fonctions convexes,

Construction de courbes.

Calcul de primitives et d'intégrales ; changement de variable et intégration par parties.

## IV. FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

Dérivées partielles, gradient, différentielle en un point.

Homogénéité, formule d'Euler.

Intégrales doubles (cas simples, sans changement de variable).

1988 n° 9 et 10

## V. OPTIMISATION

**Principes de la programmation linéaire (résolution graphique).**

**Optimisation d'une fonction de plusieurs variables liées ; multiplicateurs de Lagrange, résolutions graphiques.**

**Notion de dualité, interprétation économique d'un programme dual. Conditions d'existence d'un optimum d'un optimum dans l'étude locale d'une fonction convexe.**

**On supposera connus en géométrie analytique : Le produit scalaire ;**

**Dans le plan, les équations de droites; dans l'espace, les équations de plan, ainsi que les résolutions d'inégalités qui s'y rattachent.**

## VI. ALGÈBRE LINÉAIRE

**Espace vectoriels de dimension finie, sous-espaces vectoriels, bases, dimensions d'un espace vectoriel. Applications linéaires, noyau, image, projecteur, rang d'une application linéaire.**

**Représentation d'un vecteur par une matrice-colonne et d'une application linéaire par une matrice.**

**Opérations algébriques sur les matrices ; changement de base.**

**Valeurs propres réelles, vecteurs propres, matrices diagonalisables ; applications aux suites récurrentes vectorielles.**

**Résolution d'un système d'équations linéaires.**

## VII. STATISTIQUES DESCRIPTIVES

**On supposera connus les représentations graphiques et les tableaux.**

**Valeurs centrales. Valeurs de dispersion. Valeurs de concentration.**

**Ajustement linéaire et corrélation. Indices.**

**Séries chronologiques,**

**Représentations graphiques semi-logarithmiques et logarithmiques, taux de croissance.**

**Lecture des résultats d'une analyse factorielle.**

## VIII. PROBABILITÉS

**Epreuves, événements, probabilités conditionnelles, théorème de Bayes, événements indépendants.**

**Variables aléatoires discrètes et continues.**

**Caractéristiques, espérance mathématique, variance, écart-type, loi d'un couple de variables aléatoires, covariance.**

**Loi binomiale, lois de Poisson et de Laplace-Gauss.**

## IX. STATISTIQUES MATHÉMATIQUES ET CALCUL ÉCONOMIQUE

**Echantillons.**

**Notions d'estimations : estimateurs, convergence, estimateurs sans biais.**

**Tests: notion de tests, de région critiques et de fonction de risques; test du  $X^2$  et de Student.**

**Econométrie : modèle de régression simple, lecture des résultats d'une estimation économétrique.**

**Taux d'intérêt. Taux d'actualisation.**

**1988 n<sup>os</sup> 9 et 10**

## **Annexe 2 : Programme de la session 2002**

**A - Sciences sociales**

1. Max Weber : religion et société
2. Ville et problèmes urbains
3. Corps et société : travail, santé, sport, paraître... \*

**B - Sciences économiques**

1. Risque et incertitude en économie
2. La théorie économique avant 1850
3. Croissance et cycles\*

**C - Histoire et géographie du monde contemporain**

1. Le travail en France des années 1890 à nos jours.
2. Le logement en Europe (France, Royaume - Uni, Allemagne-RFA) de 1830 à la fin des années 1960 (aspects économiques, sociaux, culturels, urbanistiques et politiques).\*

**D - Mathématiques et statistiques**

En ce qui concerne le programme et la bibliographie de l'épreuve orale d'admission de mathématiques et statistiques appliquées aux sciences économiques et sociales, il est conseillé aux candidats de se reporter au rapport de jury.

NB : \* signale les nouvelles questions

## **Annexe 3 : Bibliographie complète du programme 2002**

## A - Sciences sociales

### MAX WEBER : RELIGION ET SOCIÉTÉ

Les travaux de sociologie religieuse de Max Weber constituent l'une des voies d'accès privilégiées à une œuvre aussi diversifiée que complexe. Le choix de ce thème invite donc d'abord à l'analyse et à l'approfondissement du programme de recherche weberien dans l'ensemble de ses dimensions épistémologique, théorique et méthodologique, afin de permettre une appréciation juste de ses objectifs et des ses résultats. Ce n'est que dans cette mesure que peut être comprise la place attribuée par Weber à la sphère religieuse dans l'analyse sociologique. Il est donc moins question d'analyser le phénomène religieux pour lui-même (c'est-à-dire pour ses contenus idéaux et ses formes d'organisation interne) que d'interroger ses liens avec les autres domaines de la réalité sociale. Au-delà des thèmes classiques de la rationalisation,

de la rationalité axiologique ou encore de l' "esprit" capitaliste, on s'intéressera à la nature des rapports de la religion avec l'action sociale, ses fondements psycho-cognitifs et ses conséquences collectives—et, tout particulièrement, avec la stratification sociale, le pouvoir politique et l'activité économique. On saura toutefois dépasser les grandes controverses auxquelles l'interprétation de l'œuvre weberienne n'a cessé de donner lieu, pour préférer éprouver la fécondité de celle-ci au double plan des problématiques qu'elle permet de construire et des explications qu'elle permet de fonder - tant en sociologie qu'en économie et en histoire.

•Orientations bibliographiques Principaux travaux de sociologie religieuse de M. Weber traduits en français L'Éthique protestante et l'esprit du capitalisme [ 1905] suivi de Les Sectes protestantes et l'esprit du capitalisme [ 1906], Paris, Presses Pocket ("Agora"), 1995. Le Judaïsme antique. Études de sociologie de la religion [1917-1920], Presses Pocket ("Agora"), 1998.

Sociologie des religions [ 1910-1920], Paris, Gallimard, 1996. (Les chapitres de Économie et société consacrés à la religion sont repris dans cet ouvrage, dans une nouvelle traduction.) Confucianisme et taoïsme [1915], Paris, Gallimard, à paraître.

Sur la sociologie religieuse de M. Weber Besnard Ph. (Ed.), Protestantisme et capitalisme. La controverse post-weberienne, Paris, A. Colin, 1970.

Boudon R., "L'Éthique protestante" de Max Weber : le bilan d'une discussion" in Boudon R., Études sur les sociologues classiques, Paris, P.U.F., 1998.

Bourdieu P., "Une interprétation de la religion selon Max Weber", Archives européennes de sociologie, 1971, XII.

Disselkamp A., L'Éthique protestante de Max Weber, Paris, P.U.F., 1994.

Eisenstadt S.N., Power, Trust and Meaning, Chicago, Univ. of Chicago Press, 1994.

Fritsch Ph., "La Zwischenbetrachtung : un

espace théorique intermédiaire", Archives de sciences sociales des religions, 1986,61/1. Grossein J.-P., "Présentation" in Weber M., Sociologie des religions, Op. cit.

Isambert F.-A., "Le désenchantement' du monde : non-sens ou renouveau du sens", Archives de sciences sociales des religions, 1986,61/1.

Passeron J.-C1., "Introduction" in Weber M., Sociologie des religions, Op. cit.

Samuelsson K., Économie et religion. Une critique de Max Weber [ 1957], Paris-La Haye, Mouton, 1971.

Trevor-Ropper A.N., De la Réforme aux Lumières [ 1956], Paris, Gallimard, 1972.

Quelques textes généraux sur M. Weber Alexander J.C., Theoretical Logic in Sociology. The Classical Attempt at Theoretical Synthesis : Max Weber, Berkeley, Univ. of California Press, 1983.

Aron R., Les Étapes de la pensée sociologique [ 1967], Paris, Gallimard ("Tel"), 1976 (pour le chap. sur M. Weber).

Bendix R., Max Weber, an Intellectual Portrait, New York, Doubleday, 1960.

Chazel F., "Comment faut-il interpréter l'œuvre de Max Weber?", Revue française de sociologie, XXXIX, 2, 1998.

Colliot-Thélène C., Max Weber et l'histoire. Paris, P.U.F., 1990.

Freund J., Sociologie de Max Weber, Paris, P.U.F., 1966.

Hennis W., La Problématique de Max Weber [ 1987], Paris, P.U.F., 1996.

Hirschhorn M., Max Weber et la sociologie française, Paris, L'Harmattan, 1988.

Isambert F.-A., "Max Weber désenchanté". L'Année sociologique, 1993,43.

Kaesler D., Max Weber, sa vie, son œuvre, son influence [1995], Paris, Fayard, 1996. Lectures complémentaires

Boudon R., Le sens des valeurs, Paris, PUF, 1999.

Habermas J., Théorie de l'agir communicationnel [1981], Paris, Fayard, 1987 (pour le chap. II du T. 1)

Mesure S. (Éd.), La Rationalité des valeurs, Paris, PUF, 1997.

## VILLE ET PROBLÈMES URBAINS

La thématique de la ville s'impose à la sociologie et plus largement aux sciences sociales comme elle s'impose à la société. L'espace urbanisé tend de plus en plus à se confondre avec l'espace habité et, simultanément, à se diversifier, se démultiplier, brisant l'unité traditionnelle de la ville et imposant une nouvelle vision de son organisation et de ses segmentations. La culture urbaine connaît un élargissement et une division similaires. Par le poids des médias et des nouvelles formes de communication, elle dépasse largement les frontières de l'espace urbain ; en son sein elle se transforme, se polarise et se brouille. Lieu et objet d'appropriation des divers groupes sociaux, la ville éclate en territoires multiples et, simultanément, tente de re-construire des formes d'unité, de créer des sentiments d'appartenance. Directement ou indirectement, des acteurs divers, tant institutionnels que non institutionnels concourent par leur action à façonner les espaces, les comportements, les représentations. Entre les activités de tous les jours (choix résidentiels, trajets, pratiques d'achat et de détente, etc.), les politiques urbaines (gestion, planification, gouvernance), les manifestations festives, les mobilisations associatives, les explosions de protestation ou de défi, la ville, au sens large et opaque qu'elle prend aujourd'hui, est le lieu social par excellence : s'y nouent, en un perpétuel mouvement, rapports sociaux fondamentaux et formes multiples de sociabilité, déterminations historiques de longue durée et effervescence de l'instant. On attendra des candidats qu'ils prennent la mesure du phénomène par le recours aux données statistiques et historiques générales ; qu'ils soient sensibles à ses manifestations dominantes, dont rendent compte études et monographies ; qu'ils reconnaissent les points de polarisation et d'enjeux permettant de tracer des lignes d'analyse et de compréhension des mécanismes sous-jacents ; qu'ils saisissent enfin les orientations théoriques et paradigmatiques mises en œuvre par la sociologie pour thématiser l'ensemble de ces questions. La bibliographie ci-dessous a pour but de les aider dans cette entreprise.

## Bibliographie

Ouvrages généraux et histoire de la sociologie urbaine

- Amiot M. (1986), Contre l'État, les sociologues. Éléments pour une histoire de la sociologie urbaine en France (1900-1980), Paris, Éditions de l'École des hautes études en sciences sociales.
- Ascher F. (1995), Métapolis ou l'avenir des villes, Paris, Odile Jacob.
- Burgel G. (1993), La Ville aujourd'hui, Paris, Hachette, coll. "Pluriel".
- Castells M. (1972), La question urbaine, Paris, Maspero.
- Grafmeyer Y. (1994), Sociologie urbaine, Paris, Nathan.
- Lefèbre H. (1968), Le Droit à la ville, Paris, Anthropos.
- Ledrut R. (1968), Sociologie urbaine, Paris, PUF.
- Llewelyn E.E., Hawthorn A. (1947), L'écologie humaine in Gurvitch G., Moore W.E., La sociologie au vingtième siècle, Paris, PUF, L 1.
- Lassave P. (1997), Les sociologues et la recherche urbaine dans la France contemporaine, Toulouse, PUM
- Remy J., Voyé L. (1974), La Ville et l'urbanisation, rééd. Louvain-la-Neuve, - - - Cabay, 1982.
- Remy J., Voyé L. (1992), La Ville : vers une nouvelle définition ?, Paris, L'Harmattan.
- Roncayolo M. (1990), La Ville et ses territoires, Paris, Gallimard. Textes classiques.
- Chombart de Lauwe P.-H. et al. (1951-1952), Paris et l'agglomération parisienne, 2 vol., Paris, PUF.
- Chombart de Lauwe P.-H. (1956), La Vie quotidienne des familles ouvrières, Paris, CNRS.
- Grafmeyer Y. et Joseph L, eds, (1979), L'École de Chicago. Naissance de l'écologie urbaine, Paris, Aubier-Montaigne, 4ème éd., 1994.
- Hannerz U. (1980), Exploring the City, New York, Columbia University Press, traduit et présenté par I. Joseph, Explorer la ville, Paris, Éditions de Minuit, 1983.
- Roncayolo M. et Paquot T., eds, (1992), Villes et civilisations urbaines, XVIIIe-XXe siècle, Collection "Textes essentiels", Paris, Larousse.
- Weber M. Die Stadt (1921), La ville, traduit par Ph. Fritsch avec une préface de J. Freund, Paris, Aubier-Montaigne, 1982.
- Wirth L. (1928), Le ghetto, trad. française aux Presses universitaires de Grenoble, 1980. Inscriptions territoriales, mobilités, rapports sociaux, citoyenneté
- Authier J.-Y., Grafmeyer Y. (1997), Les

relations sociales autour du logement État des savoirs et perspectives de recherche, Paris, Plan construction et architecture, collection "Recherches" n°89.

- Battegay A. (1992), "L'actualité de l'immigration dans les villes françaises : la question des territoires ethniques", Revue Européenne des Migrations Internationales, vol. 8-, N°2.
- Berthelot J.-M., Hirschhorn M., eds, (1996), Mobilités et ancrages : vers un nouveau mode de spatialisation ?, Paris, L'Harmattan.
- Bonvalet C, Fribourg A.-M. eds (1990), Stratégies résidentielles, Paris, INEP/Plan Construction.
- Bozon M. (1984), Vie quotidienne et rapports sociaux dans une petite ville de province : la mise en scène des différences, Lyon, Presses universitaires de Lyon.
- Chamboredon J.-C. et Lemaire M. (1970), "Proximité spatiale et distance sociale ; les grands ensembles et leur peuplement", Revue Française de Sociologie, vol. XI-1, p. 3-33.
- Collectif (1983), "Sociologie du local et relocalisation du social", revue Sociologie du travail, Paris, Dunod, avril-juin 1983.
- Dubet F. et al. (1994), Universités et villes. Annuaire des recherches, Paris, L'Harmattan.
- Grafmeyer Y. (1991), Habiter Lyon. Milieux et quartiers du centre-ville, Paris, Éditions du CNRS/Presses universitaires de Lyon/PPSH.
- Grafmeyer Y. (1992), Quand le Tout-Lyon se compte. Lignées, alliances, territoires^ Lyon, Presses universitaires de Lyon.
- Gribaudi M. (1987), Itinéraires ouvriers. Espaces et groupes sociaux à Turin au début du XXe siècle, Paris, Éd. de l'EHESS.
- Haumont N. (1966) Les Pavillonnaire^ Étude psycho-sociologique d'un mode d'habitat, Paris, C.R.U.
- Joseph I. (1998), La Ville sans qualif6s#Pari8, Éd. de l'Aube.
- Joseph I. (1984), Le Passant considérable; Essai sur la dispersion de l'espace publi-cvParis, Méridiens.
- Pinçon M., Pinçon-Charlot M. (1989) Dans les beaux quartiers, Paris, Seuil
- Roulleau-Berger L. (1991), La Ville intervalle,

- Paris, Méridiens Kliensieck.
- Raymond H. et coll. (1966), *L'Habitat pavillonnaire*, préface de H. Lefebvre, Paris, CRU.
  - Rudder V. de, Guillon M. (1987), *Du marché d'Aligre à l'îlot Chalon*, Paris, L'Harmattan.
  - Simon P. (1992), "Belleville, un quartier d'intégration", *Migrations et sociétés*, vol. 4, n° 19.
  - Taboada Leonetti I. (1987), *Les Immigrés des beaux quartiers. La communauté espagnole dans le XVIème arrondissement de Paris*, Paris, CIEMI L'Harmattan.
  - Tarrus A, Marotel G., Peraldi M. (1988), *L'Aménagement à contre-temps. Nouveaux territoires immigrés à Marseille et Tunis*, Paris, L'Harmattan.
  - Tarrus A. (1990), *Anthropologie du mouvement*. Paris, Paradigme.
  - Villanova R. de, avec la collaboration de Bekkar R. (1994), *Immigration et espaces habités. Bilan bibliographique des travaux en France 1970-1992*, Paris, L'Harmattan. Les familles dans la ville
  - Bonvalet C, Merlin P. eds. (1988), *Transformation de la famille et habitat*, Paris, INED-PUF.
  - Bonvalet C., Gotman A., Grafmeyer Y. eds (1999), *La Famille et ses proches : l'aménagement des territoires*, Paris, INED/PUF.
  - Godard F., Cuturello P. (1982), *Familles mobilisées*, Paris, Ministère de l'Urbanisme et du Logement, Collection "Texte intégral".
  - Grafmeyer Y., Dansereau F. eds (1998), *Trajectoires familiales et espaces de vie en milieu urbain*, Lyon, Presses universitaires de Lyon.
  - Pitrou A. (1977), "Le soutien familial dans la société urbaine", *Revue française de sociologie*, vol. XXV
  - Segalen M. (1990), *Les Nanterriens : les familles dans la ville*, Toulouse, Presses de l'Université du Mirail.
  - Sennet R. (1979), *Les Tyrannies de l'intimité*, Paris, Seuil.
  - Young M., Willmott P. (1957), *Family and Kinship in East London*, Londres, Routledge and Kegan, 1957, trad. par A. Gotman, *Le Village dans la ville*, Paris, Ed. du Centre de création industrielle, 1983.
  - Études sociologiques et ethnographiques sur les banlieues
  - Collectif (1997), *En marge de la ville, au cœur de la société : ces quartiers dont on parle*, Paris, Éd. de l'Aube.
  - Lepoutre D. (1997), *Cœur de banlieue*, Paris, Éd. Odile Jacob.
  - Pétonnet C. (1979), *On est tous dans le brouillard* Ethnologie des banlieues, Paris, Galilée.
  - Pinson D. (1989), *Voyage au bout de la ville. Histoires, décors et gens de la ZUP*, ACL-Crocus.
  - Pinson D. (1992), *Des banlieues et des villes*, Paris, Éditions ouvrières.
  - Vieillard-Baron (1990), *Les Banlieues*, Paris, Flammarion.
  - Villechaise A. (1997), "La banlieue sans qualités", *Revue française de sociologie*, XXXVQI-2.
  - Villechaise A. (2000), *Amère banlieue. Les gens des grands ensembles*, Grasset/Le Monde. Ségrégation, exclusion, marginalités, violences
  - Body-Gendrot S., Le Guennec N. (1998), *Mission sur les violences urbaines*, Paris, La documentation Française.
  - Bousquet R. (1998), *Insécurité : nouveaux risques. Les quartiers de tous les dangers*, Paris, L'Harmattan
  - Brun J. et Rhein C. eds (1994), *La Ségrégation dans la ville. Concepts et mesures*, Paris, L'Harmattan.
  - Collectif (1990), "Ségrégations urbaines" *Revue Sociétés contemporaines*, n° 22/23.
  - Denton N., Massey D. (1995), *American Apartheid*, Paris, Descartes et Cie.
  - Fassin D. (1996), "Exclusion, underclass, marginalidad", *Revue française de sociologie*, XXXVII, p.37-75.
  - Laé J.-F., Murard N. (1985), *L'argent des pauvres. La vie quotidienne en cité de transit*, Paris, Seuil.
  - Paugam S. (1994), *La Disqualification sociale. Essai sur la nouvelle pauvreté*, Paris, PUF.
  - Paugam S. éd. (1996), *L'exclusion. L'état des savoirs*, Paris, La découverte.
  - Acteurs et processus du changement urbain
  - Authier J.-Y. (1993), *La Vie des lieux. Un quartier du Vieux-Lyon au fil du temps*, Lyon, Presses universitaires de Lyon.
  - Bourdin A. (1984), *Le Patrimoine réinventé*, Paris, PUF.
  - Castells M., Godard F. (1974), *Monopolville : l'entreprise, l'État, l'urbain*, Paris, Mouton.
  - Choay F. (1965), *L'Urbanisme. Utopies et réalités*, Paris, Seuil.
  - Coing H. (1966), *Rénovation urbaine et changement social*, Paris, Éditions ouvrières.
  - Collectif (1986), *L'Esprit des lieux. Localités et changement social en France*, Paris, Editions du CNRS.
  - Préteceille E. (1973), *La Production des grands ensembles*, Paris, Mouton.
  - Topalov G (1974), *Les Promoteurs immobiliers*, Paris, Mouton.
  - Question urbaine et question sociale ; les politiques de la ville
  - Castel R. (1995), *Les Métamorphoses de la question sociale*, Paris, Fayard.
  - Dubet F. et Lapeyronnie D. (1992), *Les Quartiers d'exil*, Paris, Seuil.
  - Donzelot J., éd. (1991), *Face à l'exclusion, le modèle français*, Paris, Seuil.
  - Donzelot J., Estèbe P. (1994), *L'État animateur. Essai sur la politique de la ville*, Paris, Éd. Esprit.
  - Ion J. (1990), *Le Travail social à l'épreuve du territoire*, Toulouse; Privat.
  - Stébé J.-M (1999), *La Crise des banlieues, Que sais-je?*, PUF.
  - Autres sources et revues spécialisées
  - Données sociales (INSEE)
  - Annales de la recherche urbaine
  - Espace, populations, sociétés

## Corps et société : travail, santé, sport, représentations

Le thème du corps n'a pas d'existence canonique en sociologie. Il ne constitue pas, comme en ethnologie, une catégorie d'enregistrement de faits spécifiques (parures, scarifications, pratiques rituelles...) ni, comme en histoire culturelle, un fil commode pour restituer l'évolution d'un ensemble de comportements et de représentations. A l'inverse, il donne lieu périodiquement à des textes programmatiques qui invitent à en entreprendre l'exploration et en esquissent une thématization. L'article de Marcel Mauss sur Les techniques du corps (à l'articulation de l'ethnologie et de la sociologie) en est l'exemple classique. Cependant, le développement des sociologies sectorielles, appelées à rencontrer des mises en jeu spécifiques du corps (au travail, dans les relations en face à face, dans les pratiques ludo-motrices et sportives, dans les activités de soin...), l'émergence de pratiques et de valorisations sociales nouvelles (souvent résumées dans la formule du "culte du corps") ont suscité un ensemble foisonnant et, à bien des égards hétérogène, d'intérêts et de recherches. Les entreprises d'analyse sociologique, attentives à saisir des mécanismes socialement assignables, y sont très souvent débordées par des prises de position surplombantes ou revendicatives faisant écho à des engagements identitaires nouveaux. Dans un tel contexte, on n'attendra pas des candidats qu'ils dressent le tableau d'un univers protéiforme, ni qu'ils en opèrent la synthèse ; mais, qu'à partir d'un ensemble de repères pertinents - d'élaborations théoriques et critiques, d'analyses circonscrites, de données factuelles - puisés dans la littérature sociologique, ils montrent, sur cette question leur capacité à l'exercice de la réflexion, de la thématization et de l'argumentation sociologiques.

### Bibliographie

A - n° spéciaux de revue

- Actes de la recherche en sciences sociales, Présentation et représentation du corps, n° 14, 1977
- Actes de la recherche en sciences sociales, Le commerce des corps, n° 104, 1994
- Actions et recherches sociales. Corps et société, 1982, 1
- Body and Society (revue thématique fondée en 1995)
- Current Sociology, Les sociologies et le corps, vol. 33, n°2, 1985
- Esprit, Le corps, entre illusion et savoir, 1982, n°2

- Ethnologie française. Langages et images du corps, VU<sup>0</sup> 3-4, 1976
- Informations sociales. Discours sur le corps, 5, 1977
- Recherches, Le petit travailleur infatigable, n°25, 1976
- Recherches sociologiques. Le corps. Entre émotion et rationalité, 1998
- Sociologie et sociétés. Entre le corps et le soi, vol. XXIV, n° 1, 1992
- Sociologie du travail. Le corps du pauvre, vol 4, 1976
- Traverses, Panoplies du corps, n° 14-15, 1976

### B - Textes généraux

- Baudrillard J., La société de consommation. Paris, Denoel, 1972
- Baudrillard J., L'échange symbolique et la mort, Paris, Gallimard, 1976
- Berthelot J.-M., Corps et société, problèmes méthodologiques posés par une approche sociologique du corps, Cahiers Internationaux de sociologie, vol. LXXIV, 1983, pp. 119-132
- Blacking J. (Dirt.), Anthropology of the Body, Londres, Académie Press, 1977
- Boëtsch G., Chevè D. (Dirt.), Le corps dans tous ses états. Regards anthropologiques, Paris, ed. du CNRS, 2000.
- Boltanski I., Les usages sociaux du corps, Annales ESC, vol. 26, 1, 1971, pp. 205-233
- Bourdieu P., La distinction. Critique sociale du jugement, Paris, éd. de Minuit, 1979
- Bourdieu P., Le sens pratique, Paris, éd. de Minuit, 1980
- Bourdieu P., Questions de sociologie, Paris, ed de Minuit 1980
- Bourdieu P., Choses dites, Paris, ed de Minuit 1987.
- Brohm J.-M., Larrère C., Lascoumes P., Le corps 1. Sociétés, sciences politiques, imaginaires, Paris, Belin, 1992
- Dubois P., Winkin Y. Rhétoriques du corps, Bruxelles, De Boeck Université, 1988
- Douglas M., De la souillure, Paris, Maspéro, 1971
- Dumazedier J., Révolution culturelle du temps libre, 1968-1988, Paris, Méridiens, 1988
- Elias N., La civilisation des moeurs, Paris, Calmann-Lévy, 1973
- Elias N., La société des individus, Paris, Fayard, 1991
- Elias N., Dunning E., Sport et civilisation. La violence maîtrisée, Paris, Fayard, 1994
- Featherstone M et alii (dirt.), The Body. Social Process and Cultural Theory, Londres, Sage Publications, 1991
- Falk P., The consuming body, London, Sage, 1994
- Goffman E., Les rites d'interaction, Paris, ed. de Minuit, 1974
- Goffman E., La Mise en scène de la vie quotidienne, Paris, ed. de Minuit, 1975
- Goffman E., Stigmates, Paris, ed. de Minuit, 1977
- Hall E.T., La dimension cachée, Paris, Le Seuil, 1966
- Le Breton D., Anthropologie du corps et modernité, Paris, PUF, 1990
- Le Breton D., La sociologie du corps, Paris, PUF, Que-sais-je, 1993
- Le Breton D., L'adieu au corps, Paris, Métailié, 1999.
- Loux F., Le corps dans la société traditionnelle, Paris, Berger Levrault, 1979
- Maisonneuve J., Le corps et le corporéisme aujourd'hui, Revue française de sociologie, vol. XVII, 1976, pp. 551-571
- Mauss M., Les techniques du corps (1936) in Mauss M. Sociologie et anthropologie, Paris, PUF, 1980
- Mechin C. et alii, Usages culturels du corps, Paris. L'Harmattan, 1997
- Mechin C et alii, Le corps, son ombre et son double, Paris, L'Harmattan, 2000.
- O'Neill J., Le corps communicatif, Méridiens-Klisieck, 1995.
- Schilling A., The Body and the Social Theory, London, Sage Publications, 1993
- Turner Bryan S., The body and society : explorations in social theory. Oxford, Basil Blackwell, 1996.
- Simmel G. Essai sur la sociologie des sens (1912). in Simmel G. Sociologie et épistémologie, Paris, PUF, 1981
- Veblen T., Théorie de la classe de loisir, Paris, Gallimard, 1970

## C - Textes spécifiques

- Adam P., Herzlich C., Sociologie de la maladie et de la médecine, Nathan 1994
- Arnaud P., Les savoirs du corps, Lyon, Presses Universitaires de Lyon, 1983
- Baszanger I., Douleuret médecine, la tin d'un oubli. Pains, Seuil, 1995
- Baudry, P., Le corps extrême. Paris, L'Harmattan. 1991
- Baudry P., La pornographie et ses images, Paris, Armand Colin, 1997.
- Bell Q., Mode et société. Essai sur la sociologie du vêtement, Paris, PUF, 1992
- Benoist J., Desclaux A.(Dirt), Anthropologie et sida. Bilan et perspectives, Paris, Karthala, 1996
- Bourdieu P. (dirt). La misère du monde, Paris, Le Seuil, 1993
- Brohm, J.-M., Corps et politique, Paris, Editions Universitaires, 1975
- Brohm J.-M., Le Mythe olympique, Paris, C. Bourgois, 1981
- Bromberger, C. et ali, Le match de football. Paris, MSH. 1996.
- Chebel M., Le corps dans la tradition du Maghreb, Paris, PUF, 1984
- Coll. Dopage et performance sportive. Analyse d'une pratique prohibée, Paris, INSEP, 1995
- Corbin A, Le miasme et la jonquille, Paris, Aubier, 1982
- Descamps M.-A, Le nu et le vêtement, Paris, ed. universitaires, 1972
- Chauvenet A. La loi et le corps. Sciences sociales et Santé, 2,1983, pp. 99-140
- Clément, J.-P., De France, J., Pociello, C. Sport et pouvoirs au xxè siècle, Grenoble, Presses Universitaires de Grenoble, 1994
- De France, J., 1987.- L'excellence corporelle. La formation des activités physiques et sportives modernes. 1770-1914, Paris, Rennes, Presses Universitaires de Rennes.
- Drulhe M., Santé et société. Le façonnement sociétal de la santé. Paris, PUF, 1996
- Duclos D., La santé et le travail, Paris, Ed. La découverte, 1984
- Duret P., L'héroïsme sportif, Paris, PUF, 1994
- During B., Des jeux au sport, Paris, Vigot, 1981
- Ehrenberg A., Le culte de la performance, Paris, Calman-Lévy, 1987
- Elias N., Sport et violence, Actes de la recherche en sciences sociales, n° 6, 1986
- Fassin D., L'espace politique de la santé. Essai de généalogie. Paris, PUF, 1996
- Faure, J.-M., Les footeux de Voutré, Actes de la recherche en sciences sociales, n° 80, 1989.
- Herzlich C., Médecine, maladie, société, Paris, Mouton, 1970
- La Rosa E., Santé, précarité, exclusion, Paris, PUF, 2000
- INSEE, Les pratiques de loisir, enquête 1987-1988, Insee Résultats, Consommations-Modes de vie, n° 1, 1989.
- Irlinger, P., Louveau, C., Métoudi, M., Les pratiques sportives des Français, Paris, INSEP, 2000
- Jamet M., Le sport dans la société, entre raison(s) et passion(s), Paris, L'Harmattan, 1991
- Juffe M., A corps perdu. L'accident du travail existe-t-il ? Paris, Le Seuil, 1980
- Kaufmann J.-P., Corps de femmes, regard d'hommes, Paris, Nathan, 1995
- Lamoureux C., La grande parade du catch, Toulouse, Presses Universitaires du Mirail, 1993
- Mignon P., La passion du football, Paris, Odile Jacob, 1998
- Lorient M., Le temps de la fatigue. La gestion du mal-être au travail, Paris, Anthropos, 2000
- Loux F., Le jeune enfant et son corps dans la médecine traditionnelle, Paris, Flammarion, 1978
- Memmi D., Les gardiens du corps. Dix ans de magistère bioéthique, Paris, Ed. de l'EHESS., 1996
- Ministère de la Culture, Les pratiques culturelles des Français, Evolution 1973-1981, Paris, Dalloz, 1982
- Morin E. L'homme et la mort, Paris, Le Seuil, 1970
- Pages-Delon M., Le corps et ses apparences. L'envers du look, Paris, L'Harmattan, 1989
- Parlebas P., Eléments de sociologie du sport. Paris, PUF, 1986
- Pociello C. et ali., Sports et société, approche socio-culturelle des pratiques, Paris, Vigot, 1981
- Pociello C., Le rugby ou la guerre des styles, Paris, A.-M. Métailié, 1983
- Paugam S., Le salarié de la précarité, Paris, PUF, 2000
- Rauch A. Le corps en éducation physique, Paris, PUF, 1982
- Rauch A., Vacances et pratiques corporelles, Paris, PUF, 1988
- Rauch, A. Boxe, violence du XX ° siècle, Paris, Aubier, 1992
- Sfez L. La santé parfaite. Critique d'une nouvelle utopie. Paris, Le seuil, 1995
- Thomas L.V., Le cadavre. De la biologie à l'anthropologie. Ed. Complexe, 1980
- Travaillot Y., Sociologie des pratiques d'entretien du corps, Paris, PUF, 1998
- Turner B. Regulating Bodies. Essays in Medical Sociology, London, Routledge, 1992
- Vigarello G., Le corps redressé, Paris, J.-P. Delarge, 1978
- Vigarello G., Le propre et le sale. L'hygiène du corps depuis le Moyen-Age, Paris, Le Seuil, 1985
- Vigarello G., Le sain et le malsain ? Santé et mieux-être depuis le Moyen-Age, Paris, Le Seuil, 1993
- Wacquant L., Corps et Ames, notes ethnographiques d'un apprenti boxeur, Actes de recherche en Sciences Sociales, n° 80, 1989
- Wieviorka M., Violence en France. Paris, Le Seuil, 1999
- Yonnet P., Jeux, modes et masses 1945-1985, Paris, Gallimard, 1985

**RISQUE ET INCERTITUDE EN ÉCONOMIE**

Le thème englobe ces réalités omniprésentes dans l'action tant collective qu'individuelle que sont le risque et l'incertitude, l'analyse qu'en fait la science économique, les concepts correspondants, et l'usage qu'en font les économistes pour explorer des champs extrêmement variés. Son traitement s'appuie inséparablement sur la connaissance des faits et sur celle des théories et outils d'analyse. L'époque où l'on raisonnait exclusivement ou principalement en information parfaite est révolue. Les imperfections de l'information disponible, le coût de sa production et celui de son utilisation, le rôle des asymétries d'information, sont pris en considération de manière de plus en plus systématique. L'usage de données statistiques de plus en plus nombreuses et de techniques économétriques s'accompagne (parfois d'ailleurs insuffisamment) d'une réflexion et d'une investigation sur la qualité des données et sur la pertinence, eu égard au problème que l'on entend traiter, des concepts sous-jacents à leur collecte et à leur élaboration. Autrement dit, l'élaboration même des connaissances économiques intègre de plus en plus l'incertitude dans laquelle se trouvent les chercheurs relativement aux faits qu'ils cherchent à comprendre.

La notion de risque est utilisée dans des branches diverses et nombreuses de l'analyse économique. Depuis Knight, la formation du profit est étudiée en distinguant un risque probabilisable, contre lequel il est possible de se couvrir si les marchés de l'assurance et de certaines techniques financières comme les produits dérivés sont suffisamment efficaces, et un risque non probabilisable, qui pourrait être la cause principale du profit pur. La finance, et notamment les théories du portefeuille (modèle d'équilibre des actifs financiers ; modèles d'arbitrage), s'appuie largement sur des hypothèses relatives à la place du risque dans les fonctions de préférence des agents (aversion vis-à-vis du risque). La théorie des options est maintenant très développée ; ses "pères" ont été récompensés par un prix Nobel. Les notions de sécurité, de prévisibilité, symétriques de celles de risque et d'incertitude, doivent être explorées. Celles d'accident et d'aléa également. Le problème du respect des engagements, des comportements stratégiques, de la confiance et des conditions de son existence, en relation avec le développement économique, fait partie du thème.

La théorie de l'assurance, depuis longtemps, s'efforce de comprendre à la fois les comportements face au risque, et les méthodes mises en œuvre pour réduire les risques. Le problème se pose à la fois pour les risques que l'on considère usuellement comme privés, et pour les risques sociaux. L'analyse de la mutualisation de certains risques englobe à la fois le cas probabilisable et le cas non probabilisable. La technique de la rente viagère, utilisée à la fois par les compagnies d'assurance, les fonds de pension et les organismes publics de retraite par répartition, réalise la couverture contre un risque devenu important dès lors que l'habitude a été prise d'interrompre l'activité professionnelle à un âge relativement précoce : celui de se retrouver sans ressources si l'on vit au delà du temps prévu pour la consommation du patrimoine accumulé. La démarche probabiliste, le recours à la loi des grands nombres, aux tables de mortalité et à d'autres instruments statistiques, les techniques actuarielles, sont au cœur du sujet. La prise en compte de la gestion du risque comme activité économique, également. L'analyse de l'antisélection et du risque moral prend ici toute sa place.

Un aspect important de la vie des affaires est le risque-client, auquel s'ajoutent le risque-pays, le risque de change, le risque de taux. Au delà de l'analyse microéconomique de ces problèmes et de l'attitude des agents qui s'y trouvent confrontés, l'économiste doit examiner les risques systémiques, et par voie de conséquence les processus mimétiques, les effets de contagion, les effets dominos, les bulles financières. Les aspects géopolitiques ne sauraient non plus être négligés.

L'analyse économique du droit comme réducteur d'incertitude dans les relations entre agents est également un point à envisager. On pourra utilement la lier à l'analyse des contrats, explicites mais aussi implicites, et à la théorie des conventions. Les relations d'agence, de même que la réflexion sur les us et coutumes qui permettent aux agents de se comprendre et de savoir ce qu'ils peuvent attendre les uns des autres, trouvent ici leur place. Le questionnement s'étendra aux différentes sortes de rationalité des agents économiques, le concept de rationalité procédurale et celui de rationalité limitée à la H. Simon, notamment, visant à permettre l'usage d'une hypothèse de rationalité dans des circonstances où la rationalité pure apparaît comme irréaliste.

Du point de vue factuel, le risque est l'essence même des jeux dits de hasard, secteur économique en expansion dont la connaissance succincte relève du thème. Du point de vue conceptuel, la théorie des jeux apporte une problématique, et certains résultats, dont on ne saurait se passer.

S'agissant de finance, on s'intéressera naturellement aux risques de contrepartie, de liquidité et de marché. Le rôle joué par l'épargne dans la gestion individuelle et collective de certains risques, qui a jadis donné lieu à des débats très animés (prévoyance, assurance ou assistance) est à envisager. Le capital-risque est également un domaine inclus dans le thème. Mais l'économie du travail est aussi concernée, par exemple à travers la question des accidents et maladies du travail, ou celle des incertitudes qui entourent l'acte d'embauché, le risque pris par l'organisme qui embauche, le risque de chômage, et le partage du risque entre l'employeur et le salarié. L'éventuelle relation entre partage du risque et partage de la valeur ajoutée peut être abordée dans la perspective de la mondialisation et du gouvernement d'entreprise. L'économie de la santé peut être interrogée à propos du risque thérapeutique, tel que par exemple le risque d'infection nosocomiale, à propos de la loterie génétique, à propos des risques de dépendance et d'invalidité. La bibliographie ci-dessous, qui n'a aucune prétention à l'exhaustivité, a été organisée en trois parties : les ouvrages dont la totalité peut être utile à l'étude du thème ; les articles ou sections d'ouvrages ; les périodiques dont il est utile de consulter la collection et plus particulièrement les années récentes.

**1 - Ouvrages**

- Aftalion F., Poncet P., et Portrait R., *La théorie moderne du portefeuille*, Paris, PUF, 1998.
- Arrow K.J., *Essays in the Theory of Risk-bearing*. Amsterdam, North-Holland, 1971.
- Balch M., McFadden D., et Wu S. (eds), *Essays on Economic Behavior under Uncertainty*, Amsterdam, North Holland, 1974.
- Bernoux Ph. Et Servet J. M. (éds), *La construction sociale de la confiance*. Paris, Montchrétien, 1997.
- Bessis J., *Capital-risque et financement des entreprises*, Paris, Economica, 1988.
- Bichot J., *Économie de la protection sociale*. Paris, Armand Colin, 1992.
- Bichot J., *Plein-emploi : les grands moyens*. Lyon, L'Hermès, 1995.
- Bichot J., *Retraites en péril*. Paris, Presses de sciences po., 1999.

- Bisch, M., *Le risque de vie*, Paris, Ed. L'Ar-gus, 1995.
  - Borch K., *The Economics of Uncertainty*, Princeton, Princeton University Press, 1968.
  - Borch K., *Economics of Insurance*, Amsterdam, North-Holland, 1990.
  - Davis P., *Pension Funds*, Oxford, Oxford Uni-versity Press, 1995.
  - Dessal R., *Risques et financements*, Paris, L'assurance Française, 1996.
  - Diamond P. A. et Rothschild (eds), *Uncer-tainty in Economies*. New-York, Académie Press, 1978.
  - Echard J. F., *Politique financière de l'entre-prise et gestion du risque*. Paris, PUF, 1974.
  - Eeckoudt L. et Collier C., *Les risques finan-ciers, évaluation, gestion et partage*, Paris, Edis-cience International, 1992.
  - Ewald F., *L'État-providence*, Paris, Grasset, 1986.
  - Fukuyama F., *Trust ; The Social Virtues and thé Création of Prosperity*, 1995. Trad. Fr. : *La confiance et la puissance, Vertus sociales et prospérité économique*, Paris, Pion, 1997.
  - Gerondeau C., *Candide au pays des libéraux*. Paris, Albin Michel, 1998.
  - Heller W. P., Starr R. M., et Starrett D. A., *Uncertainty, Information and Communication : Essays in Honor of Kenneth Arrow*, 1986.
  - Henriot D. et Rochet J. C., *Microéconomie de l'assurance*, Paris, Economica, 1991.
  - Hester D. D. et Tobin J. (eds), *Risk Aversion and Portfolio Choice*. New-York, John Wiley and Sons, 1967.
  - Hey J. *Uncertainty in Economies*. New-York, New-York University Press, 1979.
  - Jacquillat B. et Solnik B., *Marchés financiers, Gestion de portefeuille et des risques*. Paris, Du-nod, 3e éd., 1997.
  - Jokung-Nguena O., *Microéconomie de l'in-certain ; Risques et décisions*. Paris, Dunod, 1998.
  - Knight F., *Risk, Uncertainty and Profit*, Boston, Houton Misslin, 1921, nlle éd., New- York, HarperTorchbooks, 1965.
  - Lachmann J., *Le seed capital : une nouvelle forme de capital-risque*. Paris, Economica, 1992.
  - Laffont J. J., *Cours de théorie microécono-mique*, vol. 2 : *Économie de l'incertain et de l'information*. Paris, Economica, 1985.
  - Lambert D.C., *Économie des assurances*, Paris, Armand Colin, 1996.
  - Laszlo C. et Laugel J. F., *L'économie du chaos*. Paris, Les éditions d'organisation, 1998.
  - Ledoux B., *Les catastrophes naturelles en France*. Paris, Payot, 1995.
  - Lefèvre E., *Mémoires d'un spéculateur*. Qué-bec, Publications financières internationales, 1997.
  - Loubergé H. (éd), *Risk, Information and In-surance ; Essays in thé Memory of Karl H. Borch*, Boston, Kluwer, 1989.
  - Machina M., *The Economic Theory of Indi-vidual Behavior Toward Risk : Theory, Evi-dence and New Directions*. Cambridge, Cam-bridge University Press, 1987.
  - Marco L., *La montée des faillites en France, XIXe-XXe siècle*. L'Harmattan, 1989.
  - Millis C., *Économie de la protection sociale*. Paris, Sirey, 1994.
  - Morgenstern, O., *Précision et incertitude des données économiques*. Paris, Dunod, 1972.
  - Orléan A. (sous la dir. de) *Analyse écono-mique des conventions*. Paris, PUF, 1994.
  - Peyrard J., *Les marchés des changes, opéra-tions et couverture*, Paris, Vuibert, 1995.
  - Peyrefitte A., *La société de confiance*. Paris, Odile Jacob, 1995.
  - Raiffa H., *Analyse de la décision : introduc-tion aux choix en avenir incertain*. Paris, Dunod, 1973.
  - Rasmusen E., *Games and Information*. Cam-bridge Ma., Blackwell, 1994.
  - Ray J. C., Dupuis M. et Gazier B., *Analyse économique des politiques sociales*. Paris, PUF, 1988.
  - Simon H., *Models of Man, Social and Ration-al*. New-York, Wiley, 1956.
  - Simon H., *Models of Bounded Rationality*. MIT Press, 1982.
  - Sinn H. W., *Economic Decision under Uncer-tainty*, Amsterdam, North-Holland, 1983.
  - Toucas-Truyen P., *Histoire de la mutualité et des assurances*. Paris, Syros, 1998.
  - Williamson O., *Transaction Cost Economies*, 1989.
- 2 - Articles et sélections d'ouvrages**
- Aglietta M., "État, monnaie et risque de système en Europe", in Théret B. éd., *L'État, la finance et le social*. Paris, La Découverte, 1995.
  - Aglietta M., Brender A., et Coudert V., *Globalisation financière : l'aventure obligée*, Paris, Economica, 1990, Chap. 5, "globalisation et risque de système".
  - Akerlof G. "The market for lemons : qualitative Uncertainty and thé market mechanism". *Quarterly Journal of Economies*, vol. 74, 1970.
  - Allais M. "Le comportement de l'homme rationnel devant le risque, critique des postulats et axiomes de l'École américaine", *Econome-trica*, vol. 21, 1953.
  - Bernis G. de, "Économie monétaire de pro-duction et incertitude", in *Nouvelles perspec-tives de la macroéconomie*, Paris, Publications de la Sorbonne, 1995.
  - Bourguignon F. et Faudemer S., "Les marchés d'assurance dans les pays développés", *Risques*, Juin 1995.
  - Bris E., "Le risque de taux d'un assureur vie", *Risques*, Janvier 1994.
  - Diamond P., et Stiglitz J., "Increases in risk and in risk aversion", *Journal of Economic Theory*, 8, 1974.
  - Dudler H. J., "Innovations financières, risques globaux en matière de surveillance des banques et rôle de la banque centrale". *Revue d'Économie Politique*, 5, 1988.
  - Friedman M. et Savage, L. J. "The utility ana-lysis of choices involving risk". *Journal of Po-litical Economy*, vol. 56, 1948.
  - Godet M., *De l'anticipation à l'action*, Paris, Dunod, 1991, Chap. 5 : "réduire l'incertitude : les méthodes d'expert et de quantification".
  - Hanoch G. et Levy, H., "The efficiency ana-lysis of choices involving risk", *Review of Eco-nomie Studies*, 36,
  - Hirshleifer J., "Investment decision under un-certainty : applications of the state-preference approach". *Quarterly Journal of Economics*, 80, 1966.
  - Hirshleifer J., et Riley J. G., "The analysis of Uncertainty and information : an expository sur-vey". *Journal of Economic Littérature*, 17, 1979.
  - Leland H., "Saving and Uncertainty. The pre-cautionary demand for saving", *Quarterly Journal of Economies*, vol. 3, 1968.
  - Machina M., "Choice under uncertainty : pro-blems solved and unsolved". *The Journal of Economies Perspectives*, vol. 1, 1987.
  - Radner R., "Competitive equilibrium under uncertainty". *Econometrica*, 36, 1968.
  - Radner R., "Equilibrium under uncertainty", in Arrow K. J. et Intriligator M. D. (eds), *Hand-book of Mathematical Economies*, Amster-dam, North-Holland, 1982.
  - Tobin J., "Liquidity preference as a behaviour toward risk", *The Review of Economic Stu-dies*, fév. 1958.
  - Yaari M., "Some remarks on mesures of risk aversion and on their uses". *Journal of Economic Theory*, 1, 1969.
- 3 - Revues, rapports annuels**
- *L'assurance française en..* (Rapport annuel de la FFS A, Fédération Française des sociétés d'assurance)
  - *Les cahiers de Genève*
  - *Risques*
  - *The Journal of Risk and Insurance*

## LA THEORIE ECONOMIQUE AVANT 1850

Si la publication de la Richesse des nations (1776) est généralement considérée comme l'acte de naissance de la science économique, elle marque surtout l'autonomisation d'une discipline qui nourrit la pensée depuis longtemps. Les multiples références d'Adam Smith aux auteurs de l'Antiquité grecque et latine témoignent de cette ancienneté de la réflexion économique. En ne fixant aucun "point de départ", le thème invite à ne pas faire complètement l'impasse sur les lointaines origines de la pensée économique. L'année 1850 marque en revanche une limite temporelle claire. Outre le fait qu'elle permet d'établir une coupure facile, qui revient à reformuler le thème comme portant sur la théorie économique jusqu'au milieu du XIXe siècle, elle présente un double avantage. Elle conduit à inclure dans la période couverte par le thème les Principes d'économie politique de John Stuart Mill (1848), souvent considéré comme le dernier grand auteur classique. Elle exclut les écrits de Karl Marx, publiés pour la plupart après cette date, ce qui permet de préciser le contenu du thème : il inclut la théorie dite classique sans intégrer l'apport de Marx.

La présentation suivante fixe quelques jalons permettant de cerner le contenu du thème et propose des indications bibliographiques. 1 - L'émergence de la réflexion économique. Si la pensée économique remonte aux temps les plus reculés, c'est à partir de l'Antiquité que l'existence d'écrits a permis de la faire connaître aux générations suivantes. Au Ve siècle av. J. C., les sophistes qui professent dans les cités grecques se préoccupent ainsi d'économie et réclament la réduction du rôle de l'état et la libéralisation des échanges avec l'extérieur. Leurs idées sont combattues par Socrate (v. 470-399 av. J.-C.) puis Platon (428-347 av. J. C.). Avec Xénophon (v. 430-v. 355 av. J.-C.), la réflexion est encore plus centrée sur les questions économiques, comme tendent à l'indiquer les titres de deux de ses ouvrages : l'économie et les Revenus. Dans l'un et l'autre, il se demande comment accroître la richesse, Aristote (384-322 av. J.-C.) est aussi l'auteur de réflexions économiques dispersées dans plusieurs ouvrages : Politique, éthique à Nicomaque, Les économies. Distinguant l'économie, qui correspond à l'administration de la maison, de la politique, qui relève du gouvernement de la Cité, il étudie plus particulièrement l'art d'acquérir la richesse : la chrématistique. Certains aspects de la pensée d'Aristote, étroitement liés à la société dans laquelle il vit, ne pourront qu'être rejetés ultérieurement par les économistes.

C'est le cas de la défense de l'esclavage. D'autres marqueront les pratiques de l'occident médiéval. C'est vrai pour la condamnation du prêt à intérêt. D'autres enfin correspondent à des préoccupations fondamentales des économistes. C'est particulièrement vrai pour la recherche de la détermination du rapport d'échange entre les biens ou pour l'analyse du rôle de la monnaie.

Les auteurs latins ne nous ont pas laissés d'ouvrages économiques marquants, même si les préoccupations économiques ne sont pas absentes chez des auteurs comme Columelle, Varron ou Pline auxquels se réfère notamment Adam Smith. La chrétienté contribuera ensuite à limiter l'intérêt pour les questions économiques, la Cité de Dieu étant, selon Saint Augustin (354-430), plus importante que la cité terrestre. L'auteur qui marque le plus la réflexion économique au Moyen âge est sans doute Saint Thomas d'Aquin (1225-1274). Tentant de concilier la position de l'église et la doctrine d'Aristote, il retient la nécessité de la propriété privée et accepte l'échange marchand qui doit être caractérisé par un "juste prix" et un "juste salaire". Comme Aristote, il dénonce le prêt à intérêt. En revanche, il réhabilite le travail manuel qu'Aristote voulait réserver aux esclaves.

Il ne saurait être exigé des candidats une connaissance approfondie de l'apport de ces différents auteurs. La connaissance des étapes marquantes de la construction de la réflexion économique jusqu'à la période mercantiliste fait en revanche partie de la culture d'un candidat effectuant un travail de préparation sur le thème.

2-Mercantilisme et physiocratie. Le mercantilisme correspond à la conception de l'économie qui prévaut de la fin du Moyen âge au XVIIIe siècle, il n'est pas possible de le considérer comme un corps de doctrine unifié tant les auteurs qui se succèdent au cours de ces trois siècles présentent des différences de tous ordres. S'ils montrent que l'enrichissement des marchands va de pair avec le renforcement de la puissance de l'état, les mesures qu'ils préco-

nisent pour assurer l'un et l'autre diffèrent dans le temps et dans l'espace. Le mercantilisme espagnol du XVIe siècle préconise ainsi l'accumulation de métaux précieux. Le mercantilisme français est tourné vers la recherche de l'industrialisation. Quant au mercantilisme anglais, il voit dans le commerce extérieur, notamment maritime, la source de la richesse du pays.

Si le nombre des auteurs considérés comme mercantilistes en interdit une présentation exhaustive, il convient de reconnaître que quelques-uns ont nettement marqué de leur empreinte l'histoire de la pensée économique. Ainsi Jean Bodin (1530-1596) amorce ce qui deviendra la théorie quantitative de la monnaie. Avec le Traité de l'économie politique qu'Antoine de Montchrétien (1576-1621) publie en 1615, l'économie, qui traite de l'organisation de la maison, et la politique, qui s'occupe de la vie de la Cité, sont réunies en une seule expression pour désigner ce qui deviendra la science économique. William Petty (1623-1687) entreprend de construire une arithmétique politique permettant de formuler les problèmes économiques "en termes de nombres, poids et mesures".

La physiocratie représente un courant beaucoup plus limité dans le temps et dans l'espace que le mercantilisme. Cette école, dont les membres se dénomment eux-mêmes "économistes" et désignée par ses détracteurs comme étant la "secte des économistes", prospère dans la France des années 1750-1770. Si le mot "physiocratie" est créé par Pierre Samuel Dupont de Nemours (1739-1817), le chef de file incontesté de cette école est le docteur François Quesnay (1694-1774). L'œuvre des physiocrates est une véritable réaction contre les politiques mercantilistes. Ces politiques ont déjà été contestées avant les physiocrates, notamment par Pierre de Boisguilbert (1646-1714) qui voit la richesse non pas dans la monnaie mais dans les "fruits de la terre", et qui considère que l'agriculture joue un rôle moteur dans le fonctionnement d'un circuit qui relie les "laboureurs et marchands" au "beau monde". L'essentiel de

la pensée physiocrate figure dans le Tableau économique que Quesnay publie en 1758. Si les physiocrates peuvent apparaître comme marquant une transition vers l'âge classique, ils ne doivent pas pour autant éclipser, dans le cadre d'un préparation sur le thème, les écrits, sur la même période, d'autres auteurs comme Ferdinand Galiani (1728-1787), Étienne Bonnot de Condillac (1715-1780) ou James Steuart (1713-1780).

3-L'âge classique.

Plutôt que de parler d'économie classique ou d'école classique, compte tenu du fait que la pleine appartenance de tel ou tel auteur à cette école peut être contestée, il est préférable de parler des principaux auteurs qui marquent la pensée économique entre 1776 et 1850. Quatre d'entre eux sont d'autant plus incontournables qu'ils figurent explicitement aux programmes de Sciences économiques et sociales des lycées : Adam Smith (1723-1790), Thomas Robert Malthus (1766-1834), Jean-Baptiste Say (1767-1832) et David Ricardo (1772-1823). D'autres auteurs méritent d'être étudiés, soit pour le prolongement qu'ils donnent à l'analyse classique, comme John Stuart Mill (1806-1873), soit pour les critiques qu'ils adressent à celle-ci, comme Jean-Charles Simonde de Sismondi (1773-1842). On peut en outre légitimement s'attendre à ce que la préparation sur le thème mette aussi l'accent sur l'analyse de différents auteurs français de la période qui n'ont certes pas la notoriété d'un Jean-Baptiste Say mais ont néanmoins pris leur part à la construction de la théorie économique.

Plus connue, cette période classique mérite moins d'être développée ici, mais, compte tenu de son importance dans l'évolution de la théorie économique, elle peut aller jusqu'à constituer la majeure partie d'un travail de préparation sur le thème.

### Bibliographie

#### 1 - Pour une première approche du thème

- Sur l'ensemble de la période : Poulalion Gabriel, Histoire de la pensée économique, 1.1, Des origines au début du XIXe siècle, L'Hermès, 3e éd., 1997.

- Sur les auteurs de la période classique : Jacoud Gilles, Tournier Éric, Les grands auteurs de l'économie, Hatier (coll. "Initial"), 1998, pp. 1-128.

#### 2-Pour une histoire de la pensée économique

- Blaug Mark, La pensée économique. Origine et développement, trad. franc. Economica, 4e éd., 1986

- Boncoeur Jean, Thouement Hervé, Histoire des idées économiques, 1.1, De Platon à Marx, Nathan (coll. "Circa"), 2e éd., 1994.

- Deleplace Ghislain, Histoire de la pensée économique, Dunod, 1999, pp. 1-110.

- Etnier François, Histoire de la pensée économique, Economica, 2000, ch. 1 à 4.

- Gélédan Alain, Histoire des pensées économiques. Les fondateurs, Sirey, 1988.

- Jessua Claude, Histoire de la théorie économique, PUF, 1991.

- Martina Daniel, La pensée économique, L 1, Des mercantilistes aux néo-classiques, Armand Colin (coll. "Cursus"), 1991.

- Pavoine Jacques, Histoire de la science économique, FJlipses, 1993.

- Poussin Philippe, Histoire des idées économiques de Platon à Adam Smith, LGDG (coll. "économie"), 1994.

- Pribram Karl, Les fondements de la pensée économique, Economica, 1986.

- Schumpeter Joseph, Histoire de l'analyse économique, traduction française Gallimard, 1983.

- Silem Ahmed, Histoire de l'analyse économique, Hachette, 1995, pp. 1-104.

- Villey Daniel, Nême Colette, Petite histoire des grandes doctrines économiques, Litec, éditions Génin, 1992.

- Wolff Jacques, Les grandes œuvres économiques, Cujas, 1976, L 1 et 2...

- Wolff Jacques, Histoire de la pensée économique. Des origines à nos jours, Montchrestien, 1991.

#### 3-Revues en histoire de la pensée économique

- Publications en français :

Chahiers d'économie politique ;

Économies et sociétés, série Histoire de la pensée économique (PE) ou Oeconomia ;

On pourra aussi consulter certains articles des

revues de sciences économiques parmi lesquelles : Revue économique, Revue d'économie politique, Revue française d'économie.

- Publications en anglais :

European Journal for the History of Economic Thought;

History of Economic Ideas ;

History of Political Economy ;

Journal of the History of Economic Thought.

#### 4 - Ouvrages des ou sur les économistes pré-classiques

Les titres suivants constituent une liste non exhaustive des ouvrages disponibles en français. Les auteurs anciens n'ayant pas fait l'objet de rééditions récentes ne sont pas indiqués. Ces titres pourront être complétés par les nombreux ouvrages publiés en anglais, notamment chez Edward Elgar et Routledge.

- Béraud Alain, Faccarello Gilbert (éds), Nouvelle histoire de la pensée économique, t.1, Des scolastiques aux classiques, La Découverte, 1992.

- Boisguilbert Pierre de, Dissertation de la nature des richesses, de l'argent et des tributs (1707), in : Hecht Jacqueline (éd.), 1966.

- Cantillon Richard, Essai sur la nature du commerce en général (1755), INED, 1997.

- Faccarello Gilbert, Aux origines de l'économie politique libérale : Pierre de Boisguilbert, Anthropos, 1986.

- Hecht Jacqueline (éd.), Pierre de Boisguilbert, ou la naissance de l'économie politique, INED, 1966,

- Mahieu François-Régis, William Petty, fondateur de l'économie politique, Economica, 1997.

- Murphy Antoin, Richard Cantillon, le rival de Law (1986), trad. franc. Hermann, 1997.

- Perrot Jean-Claude; Une histoire intellectuelle de l'économie politique (XVIIe-XVIIIe siècle), éditions de l'EHESS, 1992.

- Quesnay François, Physiocratie ( le éd. 1758), Flammarion, 1991.

- Turgot Robert, Réflexions sur la formation et la distribution des richesses ( 1766, et autres textes), Flammarion, 1997.

## 5 - Ouvrages des ou sur les économistes de la période classique

### a - Adam Smith

- Oeuvre d'Adam Smith. L'œuvre de Smith, rassemblée au sein de The Glasgow Edition of the Works and Correspondence of Adam Smith, a été publiée en 1976 par Oxford University Press, avec des corrections mineures apportées en 1979, et reproduite en 1981, pour les six premiers titres, par Liberty Press/Liberty Classics (Indianapolis). L'édition comprend en outre deux volumes associés : Essais on Adam Smith, par A. S. Skinner et T. Wil-son, et Life of Adam Smith, par I.S.Ross. Le lecteur francophone pourra aborder la Richesse des nations à travers l'une des trois traductions récemment éditées : la première, qui correspond à la traduction effectuée par Germain Garnier au XIXe siècle, chez Flammarion en 1991 avec une présentation de Dianel Diatkine ; la deuxième\*, réalisée par Paulette Taieb, en 1995 aux PUF ; la troisième, assurée sous la direction de Jean-Michel Servet, chez economica en 2000. ;

- Ouvrages sur Adam Smith. Parmi les ouvrages en français, on pourra se reporter à :

Delatour Albert, Adam Smith. Sa vie, ses travaux, ses doctrines, Guillaumin, 1886.

Mathiot Jean, Adam Smith. Philosophie et économie, PUF, 1990.

Cahiers d'économie politique, n° 19, 1991, volume intégralement consacré à Smith,

### b - Thomas Robert Malthus

- Ouvrages de Thomas Robert Malthus  
Essai sur le principe de la population (1798), trad. franc. Flammarion, 1992. Principes d'économie politique (1820), trad. franc ; Calmann-Levy, 1969.

- Ouvrages sur Thomas Robert Malthus  
Dupuy Gabriel, Poursin Jean-Marie, Malthus, Seuil, 1972 ;

James Patricia, Population Malthus, his Life and Times, Routledge and Keagan Paul, 1979 ;  
Malthus, hier et aujourd'hui, Congrès international de démographie historique de mai 1980, éditions du CNRS, 1984 ;

Marx Karl, Engels Friedrich, Critique de Mal-

thus, Maspero, 1978 ;

Petersen William, Malthus, le premier antimalthusien, Dunod, 1980 ; Sauvy Alfred, Malthus et les deux Marx, Gonthier, 1966 ;

Wolff Jacques, Malthus et les malthusiens, economica, 1994.

### c - Jean-Baptiste Say

L'essentiel de l'œuvre de Jean-Baptiste Say peut être retrouvé dans les ouvrages suivants :

- Olbie, ou essai sur les moyens de réformer les mœurs d'une nation, 1800 ;

- Traité d'économie politique, 1803 ;

- De l'Angleterre et des Anglais, 1815 ;

- Catéchisme d'économie politique, 1815 ;

- Petit volume contenant quelques aperçus des hommes et de la société, 1817 ;

- Des canaux de navigation dans l'état actuel de la France, 1818 ;

- De l'importance du port de La Villette, 1818 ;

- Lettres à Malthus, 1820 ;

- Cours complet d'économie politique pratique, 1828-1829.

La plupart de ces ouvrages ont été réédités. Les Cours d'économie politiques et autres essais, publiés en 1996 chez Flammarion sous la direction de Philippe Steiner, rassemblent quatre essais : De l'Angleterre et des Anglais, Cours à l'Athénée, Lettres à Malthus et Catéchisme d'économie politique. En outre, le Centre Walras de l'Université Lumière Lyon 2 a entrepris la publication chez Economica des œuvres complètes de Jean-Baptiste Say.

### d - David Ricardo

L'œuvre de David Ricardo a été éditée par Sraffa sous le titre Works and Correspondence of David Ricardo. Elle comprend onze volumes, publiés de 1951 à 1973 par Cambridge University Press. Les traductions françaises les plus récentes sont :

- "Valeur absolue, valeur d'échange", traduit par Sylvie Denany et Patrick Maurisson, Cahiers d'économie politique, 1974 ;

- Essai sur les profits, traduit par François-Régis Mahieu, avec la collaboration de Marie-France Jarret, Economica, 1988 ;

- écrits monétaires 1809-1811, édité sous la

direction de Bernard Courbis et Jean-Michel Servet, Lyon, Association des amis du musée de l'imprimerie et de la banque, 1991 ;

- Des principes de l'économie politique et de l'impôt, traduit par Cécile Soudan avec présentation de François-Régis Mahieu, Flammarion, 1992 ;  
Sur Ricardo, on pourra en outre consulter :  
François-Régis Mahieu, Ricardo, Economica, 1995.

### e - Autres auteurs

Parmi les auteurs de la période, on pourra notamment se reporter aux ouvrages suivants :

- Cournot Augustin, Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses (1e éd. 1838), in: Oeuvres complètes, t.8, Vrin, 1980.

- Mill John Stuart, Principes d'économie politique (1848), rééd. Guillaumin, 1873 ;

- Sismondi Jean-Charles Simonde de, Nouveaux principes d'économie politique (1820), rééd. Calmann-Lévy, 1976. Sur les auteurs de la période, on lira aussi :

- Benetti Carlo, Berthomieu Claude, Cartelier Jean, économie classique, économie vulgaire, Maspero/PUG, 1975 ;

- Breton Yves, Lutfalla Michel (éds), L'économie politique en France au XEXe siècle, Economica, 1991 ;

- Sigot Nathalie, L'économie de Jeremy Bentham, Economica, 1999.

## Croissance et cycles

Le thème porte sur les mécanismes de la croissance et des cycles économiques. À la suite du premier modèle de croissance, dit de "Harrod-Domar, aux conclusions pessimistes, les décennies 50 et 60 ont été caractérisées par une importante littérature visant, peu ou prou, à le compléter ou à l'amender. Voyant dans l'évolution démographique et le progrès technique l'origine de la croissance, ces différents modèles pouvaient être qualifiés "d'exogène". Il faudra attendre le début des années 80 pour que la réflexion rebondisse et donne lieu aux théories de la croissance "endogène". Parallèlement, par les chocs auxquels a été soumise l'économie mondiale, la fin des "Trente Glorieuses" a sûrement été l'une des causes du renouveau de la réflexion sur les cycles économiques. Dans ce domaine, les débats entre les écoles de pensée ont souligné six clivages essentiels : cycles endogènes ou exogènes, cycles d'offre ou de demande, cycles réels ou monétaires, modèles déterministes ou stochastiques, cycles d'équilibre ou de déséquilibre, existence ou non de cycles longs.

Bien que le thème soit axé sur les interprétations contemporaines de la croissance et des cycles, les candidats ne doivent pas méconnaître les analyses passées (classiques, marginalistes, etc.). De même, au-delà des analyses théoriques, les données historiques et factuelles doivent être maîtrisées.

La bibliographie fournie ci-dessous a été choisie en fonction de ces considérations. Elle n'est nullement exhaustive et est organisée en trois parties :

- les "ouvrages de référence", dont une partie importante (ou la totalité) concerne le thème tant au niveau des faits que de l'analyse théorique. Parmi ces ouvrages, ceux précédés d'une \* sont les plus généraux et les plus accessibles.
- une deuxième partie regroupe "les ouvrages spécialisés" qui soit ne traitent qu'une partie du thème, soit sont moins accessibles.
- une troisième partie rassemble les "articles importants" en la matière.

### I. Ouvrages de référence

- \* Abraham-Frois G., *Dynamique économique*, Dalloz, 1995.
- \* Abraham-Frois G., *Les fluctuations économiques, Analyses contemporaines*, Economica poche, 1995.
- Arrous J., *Croissance et fluctuations : macroéconomie de longue période*, Mémento Dalloz, 1991.
- \*Artus P., *Théorie de la croissance et des fluctuations*, P.U.F., collection "Economie", 1993.
- \*Azam J.P., *Théorie Macroéconomique de la croissance*, Nathan Economie, 1989.
- Fayolle J., *Pratique contemporaine de l'analyse conjoncturelle*, Economica-INSEE, 1987.
- Gaffard J.L., *Croissance et fluctuations économiques*, Montchrestien, 1994.
- Gilles P., *Crises et cycles économiques*, Armand Colin, 1996.
- Guitton H. et Vitry D., *Les mouvements conjoncturels*, Dalloz, 1981.

- Hammad P., Lapiéd A. et Tosi G., *Analyse mathématique des fluctuations*, Cujas, 1991.
  - Hammad P., Lapiéd A., Tosi G., *Analyse mathématique de la croissance*, Cujas, 1989.
  - Hcnin P. Y., *Macrodynamique, fluctuations et croissance*, Economica, 2ème édition, 1981.
  - Lecaillon J.D., LePage J.M., Grangeas G. et Ottavj C., *Macro-dynamique. La croissance*, Cujas, Paris, 1995.
  - Lecaillon J.D., Le Page J.M., Grangeas G. et Ottavj C., *Macro-dynamique. Les cycles*, Cujas, Paris, 1998.
  - Maddison A., *Les phases du développement capitaliste*, traduction française, Economica, 1981.
  - Maddison A., *L'économie mondiale, 1820-1992*, OCDE, 1995.
  - \*Muet P.A., *Croissance et cycles*, Economica, série "Economie poche", 1993.
  - Rostow V.V. W., *The Stages of Economic Growth*, trad. française, Ed. du Seuil, 1963.
  - Serra S., *Monnaie, inflation et croissance*, Economica, Paris 1982.
  - Solow R.M., *Théorie de la croissance économique*, trad. française, Armand Colin, 1972
  - Zamowitz V., *Business Cycles, Theory, History, Indicators and Forecasting*, NBER, 1992.
- ### II - Ouvrages spécialisés
- Abraham-Frois G. et Berrebi E., *Instabilité, cycles, chaos*, Economica, 1995.
  - Aghion P. et Howitt P., *Théorie de la croissance endogène*, trad. française, coll. "Théories économiques", Dunod, 2000.
  - Asselain J.C., *Histoire économique de la révolution industrielle à la Première Guerre mondiale*, FNSPet Dalloz, 1985.
  - Bosscrelle E., *Le cycle Kondratieff*, éditions Masson, 1994.
  - Burns A.F. et Mitchell W.C., *Measuring Business Cycles*, NBER, 1946.
  - Carre J.J., Dubois P. et Malinvaud E., *La croissance française, un essai d'analyse économique causale de l'après-guerre*, éd. du Seuil, 1972.
  - Denison E.F., *Trends in American Economic Growth, 1929-1982*, The Brookings Institution, 1985.
  - Dickinson D.G., Mullineux A et Peng W., *Business Cycles*, Basil Blackwell, 1993.
  - Dore M.J., *The Macrodynamics of Business Cycles*, Basil Blackwell, 1993.
  - Evans M., *Macroeconomic Activity, Theory, Forecasting and Control*, Harper International Edition, 1969.
  - Gandolfo G., *Economic Dynamics : Methods and Models*, North Holland, 2ème éd., 1980.
  - Goodwin R.M., *Chaotic Economic Dynamics*, Oxford, Clarendon Press, 1990, réimpression en 1992.
  - Grangeas G., *Croissance, cycles longs et répartition*, Economica 1991.
  - Hahn F.H. et Matthews R.C.O., *Théorie de la croissance économique*, trad. française Economica, 1972.
  - Hairault J.O., *Les fluctuations conjoncturelles, cycles réels et cycles monétaires*, Economica, 1995.
  - Harrod R.F., *Economie Dynamics*, Mac-Millan, 1973.

- Hicks J.R., *A Contribution to the Theory of the Trade Cycle*, Oxford University Press, 1950.
  - Hicks J.R., *Capital and Growth*, Oxford University Press, 1965.
  - Imbert G., *Des mouvements de longue durée* Kondratieff, éd. La Pensée Universitaire, Aix en Provence, 1959.
  - Juglar C., *Des crises commerciales et de leur retour périodique*, 1860.
  - Kondratieff N.D., *Les grands cycles de la conjoncture*, Economica, 1992.
  - Lancaster K., *Mathematical Economics*, Mac-Millan, 1968.
  - Lescure J., *Des crises générales et périodiques de surproduction*, 5ème édition, 1938.
  - Lucas R.E., *Studies in Business Cycle Theory*, Basil Blackwell 1981.
  - Lundberg E.F., *Studies in the Theory of Economic Expansion*, Londres, P.S. King and Sons, 1937.
  - Maddison A., *Dynamic Forces in Capitalist Development*, Oxford University Press, 1991.
  - Matthews R.C.O., *The Trade Cycle*, Cambridge University Press, septième tirage, 1970.
  - Ottavj C., *La répartition des revenus*, Litec, 1991.
  - Robinson J., *Essays in the Theory of Economic Growth*, Macmillan, 1962.
  - Robinson J., *The Accumulation of Capital*, traduction française, Dunod, 1972
  - Schumpeter J.A., *Business Cycles, a Theoretical, Historical and Statistical Analysis of the Capitalist Process*, McGraw Hill book CY, Inc. New York and London, 1939.
  - van Duijn J.J., *The Long Wave in Economic Life*, George Allen and Unwin, 1983.
- ### III - Articles importants
- Amable B. et Guellec D., "Les théories de la croissance endogène", *Revue d'Economie Politique*, volume 102, mai-juin 1992, pp. 313-377.
  - Artus P., "Croissance endogène : revue des modèles et tentative de synthèse", *Revue économique*, vol. 44, n°2, mars 1993, pp. 189-227.
  - Bail L., Mankiw G. et Romer D., "The New Keynesian Economics and the Output-Inflation Tradeoff", *Brookings Papers on Economic Activity*, n° 1, 1988, pp. 1-65.
  - Barro R.J., "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth", *Journal of Political Economy*, volume 98, 1990, n°5, pp.S103-S125.
  - Barro R.J., "Economic Growth in a Cross Section of Countries", *Quarterly Journal of Economics*, mai 1991, pp. 407-443.
  - Baumol W.J. et Benhabib J., "Chaos : Significance, Mechanism and Economic Applications", *Journal of Economic Perspectives*, n° 1, 1989, pp. 77-105.
  - Bouthevillain B., "Les cycles des grands pays industrialisés, des croissances plus proches mais des zones déphasées", *Economie et statistique*, n°298, 1996, pp. 71-91.
  - Cass D., "Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation", *Review of*

- Economic Studies, vol. 32, juillet 1965, pp. 233-40.
- Christiano L.C. et Eichenbaum M., "Current Real-Business-Cycle Théories and Aggregate Labor-Market Fluctuations", *American Economic Review*, volume 82, n°3, juin 1992, pp. 430-450.
  - Day R.H., "Irregular Growth Cycles", *American Economic Review*, vol.72, juin 1982, pp. 406-414.
  - Dormont B., "Productivité-Croissance : quelle relation à long terme?", *Revue économique*, mai 1984, vol. 35, pp. 447-473.
  - Dubois P., "Ruptures de croissance et progrès technique", *Economie et Statistique*, n° 181, octobre 1985, pp. 3-31.
  - Englander A.S. et Mittelstadt A., "La productivité totale des facteurs : aspects macroéconomiques et structurels de son ralentissement", *Revue économique de l'OCDE*, n°10, printemps 1988, pp. 7-64.
  - Fairise X., Henin P.Y., Langot F., "Les modèles de cycle réel peuvent-ils expliquer les fluctuations de l'emploi et de la productivité ?", *Economie et Prévision*, 5, n° 106, 1992, pp. 23-40.
  - G.M. Grossman et E. Helpman, "Endogenous Innovation in the Theory of Growth", *Journal of Economic Perspectives*, volume 8, n° 1, 1994, pp. 23-44.
  - Garvy G., "Kondratieff's Theory of Long Cycles", *Review of Economic Statistics*, nov. 1943
  - Goergen G., "Chocs macroéconomiques", *Revue d'économie politique*, vol. 104, mars-juin 1994, pp. 346-364.
  - Goergen G., "Généralisations imbriquées, optimisation et chaos", *Revue d'économie politique*, vol. 104, mars-juin 1994, pp. 259-276.
  - Goodwin R.M., "A Growth Cycle", in Feinstein C.H. (edited by), *Socialism, Capitalism and Economic Growth*, Cambridge University Press, 1967, pp. 54-58.
  - Grandmont J.M., "Anticipations et fluctuations endogènes non linéaires", *Revue d'économie politique*, n° 2/3, 1994.
  - Grandmont J.M., "On Endogenous Competitive Business Cycles", *Econometrica*, vol. 53, n°5, septembre 1985, pp. 995-1045.
  - Grangeas G., Lecaillon J.D., Le Page J.M. et Ottavi C., "Les mécanismes de la croissance endogène chez Allyn Young", *Revue Française d'Economie*, Vol. IX, 1, hiver 1994, pp. 3-39.
  - Greenwald B.C. et Stiglitz J.E., "Financial Market Imperfections and Business Cycles", *The Quarterly Journal of Economics*, février 1993, pp. 77-114.
  - Greenwald B.C. et Stiglitz J.E., "New and Old Keynesians", *Journal of Economic Perspectives*, winter 1993, pp. 23-44.
  - Guellac D., "Croissance endogène : les principaux mécanismes", *Economie et Prévision*, n° 106, 1992-5, pp. 41-50.
  - Hénin P.Y., "Sur la non-stationnarité des séries macroéconomiques : tendances, cycles et persistance", *Revue d'économie politique*, septembre-octobre 1989, n°5, pp. 661-691
  - Hénin P.Y., "Une macroéconomie sans monnaie ? Revue critique des travaux théoriques et empiriques sur les cycles réels", *Revue d'économie politique*, n°4, juillet-août 1989, pp. 531-596.
  - Hicks J.R., "Are There Economic Cycles?" dans *Money, Interest and Wages*, Collected Essays on Economic Theory, volume II, Basil Blackwell, 1986.
  - Kaldor N., "Alternative Theories of distribution", *Review of Economic Studies*, vol. 23, 1955-56, pp. 94 à 100.
  - Kaldor N., "A Model of Economic Growth", *Economie Journal*, vol. 67, 1957.
  - Kaldor N., "Capital Accumulation and Economic Growth", in F.A. Lutz and D.C. Hague (eds), *The Theory of Capital*, New York, St Martin's Press.
  - Kaldor N., "Causes of the Slow Rate of Economic Growth in the United Kingdom", Inaugural Lecture at the University of Cambridge, 2 nov. 1966, Cambridge U.Press, 1966, reproduit dans *Further Essays on Economic Theory*, Duckworth, 1978.
  - Kaldor N., "Marginal Productivity and the Macroeconomic Theories of Distribution", *Review of Economic Studies*, vol. 33, octobre 1966, pp. 309-19.
  - Kalecki M., "A Macrodynamics Theory of Business Cycles", *Econometrica*, volume 3, 1935, pp. 327-344.
  - King R.G., Plosser C.I. et Rebelo S.T., "Production Growth and Business Cycle, I, The Basic Neoclassical Model", *Journal of Monetary Economics*, volume 21, 1988, pp. 195-232.
  - Lordon F., "Théories de la croissance : quelques développements récents". *Observations et Diagnostics Economiques*, n°36, 1991, pp. 159-211.
  - Lordon F., "Cycles et chaos dans un modèle hétérodoxe de croissance endogène". *Revue Economique*, vol.46, n°6, novembre 1995, pp. 1405-1431.
  - Lordon F., "Modéliser les fluctuations, le changement structurel et les crises", *Revue d'économie politique*, vol. 104, n°2/3, mars-juin 1994, pp. 219-257.
  - Lucas R.E., "On the Mechanics of Economic Development", *Journal of Monetary Economics*, vol. 22, 1988, pp. 3-42.
  - Lucas R.E., "An Equilibrium Model of the Business Cycle", *Journal of Political Economy*, vol. 83, 1975, pp. 1113-1144.
  - Maddison A., "Growth and Slowdown in Advanced Capitalist Economies", *Journal of Economic Literature*, vol. 25, juin 1987, pp. 649-698.
  - Malinvaud E., "Regard d'un ancien sur les nouvelles théories de la croissance". *Revue Economique*, volume 44, n°2, mars 1993, pp. 171-188.
  - Mankiw G., "Small Menu Costs and Large Business Cycles : A Macroeconomic Model of Monopoly", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 100, mai 1985, pp. 529-539.
  - Mankiw G., Romer D. et Weil D., "A Contribution to the Empirics of Growth", *Quarterly Journal of Economics*, mai 1992, pp. 407-437.
  - McCallum B.T., "Real Business Cycle Models" in R.J. Barro (éd.). *Modern Business Cycle Theory*, Basil Blackwell, 1989.
  - Meade J.E. et Hahn F., "The Rate of Profit in a Growing Economy", *Economic Journal*, 1965.
  - Nordhaus W., "The Political Business Cycle", *Review of Economic Studies*, vol. 42, 1975, pp. 169-190.
  - Pasinetti L., "Rate of Profit and Income Distribution in Relation to the Rate of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, vol. 29, 1962, pp. 267-79.
  - Phelps E.S., "The Golden Rule of Accumulation : A fable for Growthmen", *American Economic Review*, vol. 51, septembre 1961, pp. 638-43.
  - Plosser C.I., "Understanding Real Business Cycle Theory", *Journal of Economic Perspectives*, vol. 3, n°3, été 1989, pp. 51-77.
  - Rebelo S.T., "Long run Policy Analysis and long run Growth", *Journal of Political Economy* Juin 1991, pp. 5(X)-521.
  - Romer D., "The Origins of Endogenous Growth", *Journal of Perspective Economies*, vol. 8, winter 1994, pp. 3-22.
  - Romer P., "Capital Accumulation and Long-Run Growth", in R.J. Barro (ed). *Modern Business Cycle Theory*, Basil Blackwell, 1989. pp. 51-127.
  - Romer P., "Endogenous Technological Change", *Journal of Political Economy*, vol. 95, 1990, pp. 71-102.
  - Romer P., "Increasing Returns and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy*, vol. 94, octobre 1986, n°5, pp. 1002-1037.
  - Samuelson P.A. et Modigliani F., "The Pasinetti Paradox in Neo-classical and More General Model", *Review of Economic Studies*, 1966.
  - Samuelson P.A., "Interactions Between the Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration", *The Review of Economics and Statistics*, volume 21, 1939, pp. 75-78.
  - Slutsky E., "The Summation of Random Causes as the Source of Cyclic Process". *Econometrica*, avril 1937, pp. 105-46.
  - Solow R.M., "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, vol. 70, février 1956, pp. 65-94.
  - Solow R.M., 'Technical Change and the Aggregate Production Function', *The Review of Economics and Statistics*, vol. 39, août 1957
  - Solow R.M., Tobin J., von Weizsacker C.C. et Yaari M., "Neoclassical Growth with Fixed Factors Proportions", *Review of Economic Studies*, vol. 33, 1966, pp. 79-115.
  - Stadler G.W., "Real Business Cycles", *Journal of Economic Literature*, vol. XXII, décembre 1994, pp. 1750-1783.
  - Swan T.W., "Economic Growth and Capital Accumulation", *Economic Record*, vol. 32, novembre 1956, pp. 334-61.
  - Tobin J., "Money and Economic Growth", *Econometrica*, oct. 1965.
  - Villa P., "Productivité et accumulation du capital en France depuis 1896", *Observations et diagnostics économiques*, n°47, 1993.
  - Wickens M., "Real Business Cycle Analysis : A Needed Revolution in Macroeconometrics", *Economic Journal*, volume 105, novembre 1995, pp. 1637-1648.
  - Young A., "Increasing Return and Economic Progress", *Economic Journal*, vol. 38, 1928, pp. 527-542.

**LE TRAVAIL EN FRANCE DES ANNÉES 1890  
À NOS JOURS**

Contexte économique

- Carré J.J., Dubois P., Malinvaud E., La croissance française. Un essai d'analyse économique causale de l'après-guerre, Paris, Seuil, 1972.
- Kuisel R.F., Le capitalisme et l'État en France. Modernisation et dirigisme au XXe siècle, Paris, Gallimard, 1984.
- Lévy-Leboyer M. et Casanova J.C (ed), Entre l'État et le marché. L'économie française des années 1880 à nos jours, Paris, Gallimard, 1991. Généralités
- Caron F., Davict J.P. et al., Histoire générale du travail; Paris, Nouvelle Librairie de France, 1997;
- Dewerpe, A. (1989), Le monde du travail en France 1800-1950, Paris, Armand Colin, 1989.
- Duby G. (dir) Histoire de la France rurale de puis 1914, t IV, Paris, Seuil, 1976:
- Lequin Y., Histoire des Français, XIXème-XXème siècles, La société, Paris, Colin, 1983.
- Marchand O., Thélot Cl, Deux siècles de travail en France, de 1800 à nos jours, les métamorphoses du travail, Paris, INSEE, 1991 ou Nathan, 1997.
- Noirielle, G. (1986), Les ouvriers dans la société française XIXe-XXe siècle, Paris, Seuil, 1986. Suggestions bibliographiques
- Boltanski L., Les cadres. La formation d'un groupe social, Paris, Les Editions de Minuit, 1982.
- Bonnet S., Kagan E., Maigret M., L'homme du fer. Metz, 1977.
- Boyer R., Durand J.P., L'après-fordisme, Paris, Syros, 1993.
- Browaeyns X. et Châtelain, Les Francs du travail, Paris, PUF, 1984.
- Chenu, A., Les employés, Paris, La découverte, 1994.
- Chevandier G., Cheminots en usine. Les ouvriers des Ateliers d'Oullins au temps de la vapeur, Lyon, PUL, 1993.
- Cohen Y., "L'espace de l'organisateur : Ernest Mattem, 1906-1939", Le Mouvement social, oct-déc 1983, p. 79-96.
- Cohen Y., Les chantiers de la paix sociale (1900-1940), Paris, ENS Cachan, 1995.
- Cribier F., "Itinéraires professionnels et usure au travail : une génération de salariés parisiens", in Le Mouvement social, juil-sept 1983, pp. 11-44.
- Dubesset M. et Zancarini-Fournel M., Parcours de femmes, réalités et représentations, Saint-Etienne, 1880-1950, Lyon, PUL, 1993.
- Dumons B., Pollet G., L'État et les retraites. Genèse d'une politique, Paris, Belin, 1994
- Fourcât A., Femmes à l'usine en France dans l'entre-deux-guerres, Paris, Maspero, 1982.
- Fridenson P. (dir), L'Autre Front, Cahier du Mouvement social, n°2, Paris, Les Éditions ouvrières, 1976.

- Fridenson P., "Un tournant taylorien de la société française (1904-1918)", Annales ESC, sept-oct 1987, pp. 1031-1060.
- Fridenson P., Histoire des usines Renault, 1898-1939, Paris, Seuil, 1972.
- Gardey D., "Sténo-dactylographe : de la naissance d'une profession à sa féminisation 1883-1930", Les Cahiers du Mage, CNRS, 1-95
- Green N.L., Du sentier à la 7ème avenue. La confection et les immigrés. Paris-New-York 1880-1980, Paris, Seuil, 1998.
- Gresle F., L'univers de la boutique. Les petits patrons du Nord (1920-1975), Presses universitaires de Lille, 1981.
- Gueslin A. et Guillaume P. (dir), De la charité médiévale à la Sécurité Sociale, Paris, Les Editions Ouvrières, 1992.
- Gueslin A. (dir), Les hommes du pneu. Les ouvriers Michelin, à Clermont-Ferrand, de 1889 à 1940; et de 1940 à 1980, Paris, Les Editions de l'Atelier, 1993 et 1999.
- Kaplan S.L. and Koepf C.J. (dir), Work in France, Ithaca, Cornell University Press, 1986.
- La pluriactivité dans les familles agricoles, Association des ruralistes français, Paris, 1984.
- Lequin Y. (dir), La mosaïque France. Histoire des étrangers et de l'immigration en France, Paris, Larousse, 1988.
- Lequin Y., Vandecasteele S. (dir), L'usine et le bureau. Itinéraires sociaux et professionnels dans l'entreprise. XIXe et XXe siècles, Lyon, PUL, 1990.
- Les ouvriers qualifiés de l'industrie (XVIe-XXe siècles). Formation, emploi, migrations, Revue du Nord, Hors série, collection Histoire, n° 15, 2000.
- Letellier G., Perret J., Zuber H.E., Dauphin-Meunier A., Tome I Le chômage en France de 1930 à 1936, tome II Les chômeurs d'après les fiches des fonds de chômage de Paris, Lyon, Mulhouse, Institut Scientifique de Recherches Économiques et Sociales, Paris, 1938.
- Magri S. et Topalov C.(ed), Villes ouvrières, 1900-1950, Paris, L'Harmattan, 1989.
- Maruani M., Les nouvelles frontières de l'inégalité. Hommes et femmes sur le marché du travail, Paris, Editions La Découverte, 1999.
- Maurice M., Sellier F., Silvestre J.J., Politique d'éducation et organisation industrielle en France et en Allemagne, Paris, PUF, 1982.
- Montmollin (de) M. et Pastré O., Le Taylorisme, Paris, La Découverte, 1984.
- Moutet A., Les logiques de l'entreprise. La rationalisation dans l'industrie française de l'entre-deux-guerres, Paris, Edit de l'EHESS, 1997.
- Noirielle G., Longwy, immigrés et prolétaires 1880-1980, Paris, PUF, 1984.
- Noirielle G., Le creuset français. Histoire de l'immigration XIXe-XXe siècles, Le Seuil, 1988.

- Omnès C., "Les enjeux de la flexibilité", in Marseille J.(dir), Les performances des entreprises françaises au XXe siècle, Paris, Le Monde Editions, 1995, pp. 266-278.
- Omnès, C., Ouvrières parisiennes. Marchés du travail et trajectoires professionnelles au XXe siècle, Paris, EHESS, 1997.
- Peschanski D. et Robert Ji. (dir), Les ouvriers en France pendant la Seconde Guerre mondiale, Paris, IHTP, 1992.
- Reynaud J.D., Eyraud F., Paradeise C., Sagb'o J. (dir). Le système de relations professionnelles, Paris, Les Presses du CNRS, 1990.
- Schweitzer S.(ed), Logiques d'entreprises et politiques sociales des XIXe et XXe siècles, Lyon, Programme Rhône-Alpes, 1993.
- Schweitzer S., Des engrenages à la chaîne. Les usines Citroën 1915-1935, Lyon, PUL, 1982.
- Schor R., Histoire de l'immigration en France de la fin du XIXe à nos jours, Paris, Colin, 1996.
- Thépot, A. (dir), L'ingénieur dans la société française, Cahier du Mouvement Social N°6.
- Topalov C., Naissance du chômeur 1880-1910, Paris, Albin Michel, 1994.
- Topalov C. (dir), Laboratoires du nouveau siècle. La nébuleuse réformatrice et ses réseaux en France 1880-1914, Edit EHESS, 1999.
- Touraine A., L'évolution du travail aux usines Renault, Paris, CNRS, 1955.
- Verret M., L'espace ouvrier, Paris, Colin, 1979.
- Verret M., La culture ouvrière, Paris, ACL Édition, 1988.
- Verret M., Le travail ouvrier, Paris, Colin, 1982.
- Vincent Viet, Les voltigeurs de la République. L'inspection du travail en France jusqu'en 1914, Paris, CNRS Editions, 1994.

Voir les périodiques suivants :

- Annales ESC,
- Cahiers du Centre d'Etudes de l'Emploi
- Documentation photographique Economie rurale n° 171 (1986), n° 184-185-186 (1988)
- Economie et statistique Entreprises et Histoire
- Formation et emploi Le Mouvement social Les Cahiers du Mage Sociétés contemporaines
- Travail et emploi Données sociales (INSEE)
- Ne pas oublier les biographies, les témoignages, les mémoires.

**Le logement en Europe (France, Royaume-Uni, Allemagne-RFA) de 1830 à la fin des années 1960 (aspects économiques, sociaux, culturels, urbanistiques et politiques)**

Avertissement : La bibliographie spécialisée porte très largement sur le logement social. Mais on peut trouver de nombreux renseignements sur les manières d'habiter des catégories non populaires dans des ouvrages d'histoire sociale portant sur les catégories sociales en question ou ceux traitant de l'histoire urbaine ou de la "vie privée". Pour l'Allemagne, on peut trouver des renseignements épars, en français, dans des ouvrages d'histoire sur ce pays. France

- Butler Rémy, Noisette Patrice, *Le Logement social en France : 1815-1981, de la cité ouvrière au grand ensemble*, Paris, Maspero, 1983.
- Bonvalet Catherine, Brun Jacques, Segaud Marion (sous la dir. de), *Logement et habitat : l'état des savoirs*, Paris, La Découverte, 1998.
- Eleb Monique, Debarre, Anne. *L'invention de l'habitation moderne*, Paris 1880-1914. CEE : Éditions Hazan et Archives d'architectures modernes, 1995.
- Faure Alain (sous la dir. de). *Les premiers banlieusards. Aux origines des banlieues de Paris, 1860-1940*. Paris : Créaphis, 1991.
- Flamand Jean-Paul, *Loger le peuple : essai sur l'histoire du logement social en France*, Paris, La Découverte, 1989.
- Fourcaut Annie, *La banlieue en morceaux*. Paris, Créaphis, 2000.
- Frey Jean-Paul, *La Généalogie des types de logements patronaux : 1836-1939, Société et urbanistique patronale*, Paris, (16 nie des Reculettes, 75013), 1987.
- Guccrano Roger Henry, *Propriétaires et locataires : les origines du logement social en France, 1850-1914*, Paris, Quintette, 1987
- Lescurc, Michel, *Histoire d'une filière : Immobilier et bâtiment en France (1820-1980)*. Paris : Hatier, 1983.
- Lescure Michel, *Les sociétés immobilières en France au XIXesiècle*. Paris : Publications de la Sorbonne, 1980.
- Magri Susanna, "L'intérieur domestique. Pour une analyse du changement dans les manières d'habiter", *Genèses, sciences sociales et histoire*, 28, sept. 1997, 146-164.
- Moley Christian, *L'Architecture du logement. Culture et logiques d'une nonne héritée*. Paris : Anthropos (La Bibliothèque des tonnes), 1998.
- Pinçon Michel ; Pinçon, Monique. "Propriété individuelle et gestion collective. Les lotissements chics". *Annales de la recherche urbaine*, n° 65, 1994, p. 34-46.
- Topalov Christian, "Maurice Halbvachs, pho-

- Topalov Christian, *Le Logement en France : histoire d'une marchandise impossible*, Paris, Presses de la Fondation nationale des sciences politiques, 1987 Grande Bretagne
- Daunton Martin J., *House and Home in the Victorian City : Working Class Housing 1850-1914*, London, Arnold, 1983.
- Rodger Richard. *Housing in Urban Britain, 1780-1914 : Class, Capitalism and Construction*, London, Macmillan, 1989.
- Marin Yvette, *Loger les Anglais : le logement social en Angleterre des origines à nos jours*, Paris, Ed. l'Harmattan, 1994. Allemagne
- *Geschichte des Wohnens (Histoire de l'habitat)*, cinq volumes.
- Reulecke Juergen (Hg), *1800- 1918 : das bürgerliche Zeitalter*, Stuttgart, Verl.-Anst., 1997 767 p., volume 3.
- Kachler Gert, (Hg.) avec Hafner Thomas, *1918 - 1945 : Reform, Reaktion, Zerstörung Koerperschaft*, 742 p., volume 4. -
- Flagge, Ingeborg, avec Andritzky Michael, *1945 bis heute : Aufbau, Neubau, Umbau*, Stuttgart, Dt. Verl.-Anst., 1999, 1071 p., volume 5.
- Führ, Eduard, Stemmrch, Daniel, "Nach gethaner Arbeit verbleibt im Kreise der Eurigen" : *bürgerliche Wohnrezepte für Arbeiter zur individuellen und sozialen Formierung im 19. Jahrhundert*, Wuppertal : P. Hammer, 1985.
- Sachse Carola, "Logements ouvriers en Allemagne : des politiques privées et publiques (1880-1945)" in Schweitzer Sylvie (textes réunis par), *Logiques d'entreprise et politiques sociales*, Lyon, 1993, p. 183-208.
- Saldern, Adelheid von : *Hauserleben : zur Geschichte städtischen Arbeiterwohnens vom Kaiserreich bis heute*, Bonn, Dietz, Schriftenreihe : Reihe : Politik- und Gesellschaftsgeschichte, 1997.
- Teuteberg, Hans Jurgen. Wischermann, Clemens, *Wohnalltag in Deutschland, 1850-1914 : Bilder, Daten, Dokumente*, Munster, F. Copenrath, 1985.
- Zimmermann Clemens, *Von der Wohnungsfrage zur Wohnungspolitik : die Reformbewegung in Deutschland 1845-1914*, Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht (Kritische Studien zur Geschichtswissenschaft; Band90), 1990. Comparaisons
- Bullock Nicholas, Read James, *The Movement for housing reform in Germany and France : 1840-1914*, London ; New York ; Melbourne: Cambridge university press, 1985.
- Guerrand Roger-Henri, *Une Europe en construction : deux siècles d'habitat social en Europe*, Paris : Ed. la Découverte, 1992
- La Revue de l'économie sociale. Numéro

spécial consacré à l'habitat social XIX-XXe siècle, international.

- Magri Susanna; Topalov Christian. "Reconstruire : l'habitat populaire au lendemain de la première guerre mondiale. Étude comparative France, Grande-Bretagne, Italie, États-Unis". *Archives européennes de sociologie*, vol. XXIX, n° 2, 1988, p. 65-84.
- Magri Susanna, Topalov Christian. "*L'habitat du salarié moderne en France, Grande-Bretagne, Italie, États-Unis*", in : Cohen, Yves ; Baudouï, Rémi (sous la dir. de). *Les chantiers de la paix sociale (1900-1940)*. Fontenay-aux-roses : ENS Éditions Fontenay-Saint-Cloud, 1995, p. 223-254.
- Pooley Colin G.(ed), *Housing strategies in Europe 1880-1930*, Leicester, London & New-York, Leicester University Press, 1992.

Le B.O  
N°8  
24 MAI 2001  
SPÉCIAL

tographe des taudis parisiens (1908)", *Genèses, sciences sociales et histoire*, 28, sept. 1997, 128-145.

## D - Bibliographie de mathématiques et statistiques pour l'agrégation externe de sciences sociales.

- Amegandjin, Julien; *Démographie mathématique*. - Paris : Economica, 1989. - 265 p.
- Azoulay, Elie ; *Mathématiques*, - Paris, Mc Graw Hill, 1984.- 252 p.
- Blum, Alain, *Mathématiques et statistique appliquée aux sciences sociales*. - Paris : Bordas/Dunod, 1991. - 182 p.
- Bonneuil, Noël, *Introduction à la modélisation démographique : 26 problèmes corrigés*. - Paris : Armand Colin, 1997. - 128 p. (collection U)
- Blair, Jacques ; *Algèbre linéaire pour l'économie et les sciences sociales*. - Bruxelles, De Boeck Université, Pans, Ed. Universitaires, 1990. - 185 p.
- Berge. Claude ; *Graphes*. - Paris, Gauthiers-Villars, 1983. - 400p.
- Boursin, Jean-Louis ; *Eléments de mathématiques*., Paris : les Cours de droit, 1976, 2 vol., II-233-I + 128-Ip..
- Bouzitat, Claude et Pradel, Jacqueline ; *Mathématiques, fonctions de plusieurs variables, optimisation*. - Paris : Ed. Cujas, 1992. - 188 p.
- Bry, Xavier ; *Analyses factorielles simples*, - Paris ;Economica, 1995, 112 p..
- Deschamps, Philippe ; *Cours de mathématiques pour économistes*. - Paris, Dunod, 1988. - 185p.
- Dupont, Bernard ; *Algèbre pour les sciences économiques*, coord. Fredon, Daniel. - Paris, Armand Colin., 1997. - 278p.
- Grais Bernard ; *Méthodes statistiques* - Paris, Dunod, 1996. - 401 p.
- Grais Bernard ; *Statistique descriptive : avec rappels de cours*. - Paris, Dunod, 1998. - 234 p.
- Hébert, Yves : *Mathématiques, probabilités et statistiques*. - Paris, Vuibert, 1974. - 415 p.
- Lazar, Philippe et Schwartz, Daniel ; *Probabilités et statistiques - Eléments de probabilités et statistique à l'usage des étudiants en biologie humaine et générale*. - Paris, Flammarion, 1997.- 163 p.
- Michel, Philippe ; *Cours de mathématiques pour économistes*. - Paris, Economica, 1989. - 748 p.
- Py, Bernard ; *Statistique descriptive : nouvelle méthode pour bien comprendre et réussir*. - Paris, Economica, 1996. - 353 p.
- Saporta, Gilbert ; *Probabilités, analyse des données et statistique*. - Paris : Technip, 1990. - XXVI-493 p.
- Sol, Jean-Louis : *Mathématiques : accès à l'université*. - Paris, Dunod, 1993. 199 p.
- Truc, Jean-Paul : *Précis de mathématiques et de statistiques*. - Paris, Nathan, 1994. - 447 p.
- Wonnacott, Thomas et Wonnacott, Ronald ; *Statistiques : économie, gestion, science, médecine, avec exercices d'application*. - Paris ; Economica, 1991, 919 p.

## **Annexe 4. Liste des usuels mis en salle et en accès libre**

## Liste des usuels mis en salle et en accès libre Economie

- AGHION P., HOWITT P. (2000), Théorie de la croissance endogène, Dunod.
- AGLIETTA M. (1997), Macroéconomie internationale, Montchrestien, collection Eco.
- AGLIETTA M. (2001), Macroéconomie financière, Repères n° 307 et 308, La Découverte.
- ASSIDON E. (2000), Les théories économiques du développement, Repères n° 108, La Découverte.
- AUBIN C., NOREL Ph. (2000), Economie internationale, Points Economie, Seuil.
- BANQUE DE FRANCE (1998), La politique monétaire à l'heure du marché mondial des capitaux, Banque de France.
- BANQUE MONDIALE, Rapport sur le développement dans le monde (annuel, dernier rapport), Economica.
- BARRO R., MARTIN X. S. (1996), La croissance économique, Ediscience international.
- BENASSY-QUERE A., BOONE L., COUDERT V. (1998), Les taux d'intérêt, Repères n° 251, La Découverte
- BERAUD A, FACCARELLO G. (2000), Nouvelle histoire de la pensée économique (3 tomes), La Découverte.
- BERNARD Y., COLLI J. C. (1998), Dictionnaire économique et financier, 7<sup>e</sup> édition, Seuil.
- BLAUG M. (1981 + rééd.), La pensée économique, Economica.
- BOISSIEU de Ch. (sous la dir. de) (1997), Les mutations de l'économie française, Economica.
- BOUVIER M., ESCLASSAN M. C., LASSALE J. P. (2000), Finances publiques, 5<sup>e</sup> édition, L.G.D.J.
- CAHUC P., ZYLBERBERG A. (1996), Economie du travail, De Boeck.
- CEPII (2000), L'économie mondiale en 2001, Repères n°296, La Découverte.
- CHARPIN J.M. (1999), L'avenir de nos retraites (rapport au Premier Ministre), Documentation française.
- CHEVALIER J .M. (2000), L'économie industrielle des stratégies d'entreprises (2<sup>e</sup> édition), Montchrestien.
- COMBEMALE P., PIRIOU J. P. (sous la dir.) (1999), Sciences économiques et sociales, La Découverte.
- CORIAT B., WEINSTEIN O. (1995), Les nouvelles théories de l'entreprise, Livre de poche.
- CROZET Y. (1997), Analyse économique de l'Etat, 2<sup>e</sup> édition, Armand Colin.
- CURIEN N. (2000), Economie des réseaux, Repères n°293, La Découverte.
- DE GRAUWE P. (1999), La monnaie internationale, De Boeck Université.
- DROUIN M. (2000), Le système financier international, Cursus, Armand Colin.
- DUTHIL G., MAROIS W (1997), Politiques économiques, Ellipses.
- GAFFARD J-L. (1997), Croissance et fluctuations économiques (2<sup>e</sup> édition), Montchrestien.
- GIRAUD G. (2000), La théorie des jeux, Champs Flammarion.
- GREFFE X. (1994), Economie des politiques publiques, Dalloz.
- GUELLEC D. (1999) , Economie de l'innovation, Repères, La Découverte.
- GUERRIEN B. (1999), La théorie économique néo-classique, Repères n° 275-276.
- GUESNERIE R. (1996), L'économie de marché, Dominos-Flammarion.
- HAIRAULT J-O. (sous la dir) (2000), Analyse macroéconomique 1 et 2, La Découverte.
- HEN C., LEONARD J (1999), L'Union européenne, Repères, La Découverte, 7<sup>e</sup> édition.
- HOANG-NGOC L. (2000), Les politiques de l'emploi, Points Economie, Seuil.
- IFRI, Rapport RAMSES (annuel, dernier rapport).
- INSEE, Rapport sur les comptes de la Nation (annuel, dernier rapport), Librairie Générale Française.
- INSEE, Tableaux de l'économie française (annuel, dernier rapport), Insee.
- JONES C. (2000), Théorie de la croissance endogène, De Boeck.
- KRUGMAN P., OBSTFELD M. (2001), Economie internationale (3<sup>e</sup> édition), De Boeck.

LABARONNE D. (2001), Comptabilité nationale, Point Economie, Seuil.  
 LAFAY G. (1999), Comprendre la mondialisation, 3<sup>e</sup> édition, Economica poche.  
 LAFERRERE A. (1998), Les finances publiques, Livre de poche, collection Références.  
 LAFFONT J-J. (1988), Fondements de l'économie publique, Economica.  
 LECLERCQ E. (1999), Les théories du marché du travail, Points économie, Seuil.  
 LEHMANN P. J. (1999), Economie monétaire, Seuil, Points économie.  
 LEVEQUE F. (1998), Economie de la réglementation, Repères N°238, La Découverte.  
 LLAU P. (1996), Economie financière publique, Thémis, PUF.  
 MALINVAUD E. (1991), Voies de la recherche macroéconomique, Editions Odile Jacob.  
 MANKIW G. (2000), Macroéconomie (2<sup>ème</sup> édition), De Boeck Université.  
 MORRISSON Ch. (1996), La répartition des revenus, Thémis, PUF.  
 MUCCHIELLI J-L. (1998), Multinationales et mondialisation, Points économie, Seuil.  
 OCDE, France, collection : Etudes économiques de l'OCDE (rapport annuel).  
 OFCE (2001), L'économie française, Repères n°306, Editions La Découverte.  
 PERROT A. (1995), Les nouvelles théories du marché du travail, Repères n°107, La  
 Découverte.  
 PERRUT D. (1998), Le système monétaire et financier français, Seuil, Points économie.  
 PICARD P., Eléments de microéconomie (dernière édition), Montchrestien.  
 PIKETTY Th. (1997), L'économie des inégalités, Repères n°216, La Découverte.  
 PLIHON D. (2000), La monnaie et ses mécanismes, Repères, La Découverte.  
 POLLIN J-P., LAVIGNE A. (1997) A., Les théories de la monnaie, Repères, La Découverte.  
 RAINELLI M. (1997), La nouvelle théorie du commerce international, Repères n°211, La  
 Découverte.  
 SAMUELSON P., NORDHAUS W. (2000), Economie (16<sup>e</sup> édition), Economica.  
 SERVIGNY A de., ZELENKO I., (1999), Economie financière, Dunod.  
 SHAPIRO C., VARIAN H. (1999), Economie de l'information, De Boeck.  
 STIGLITZ J. (1999), Principes d'économie moderne, De Boeck Université.  
 THORIS G. (1997), Analyse économique des systèmes, Armand Colin (collection U).  
 VALLEE A. (2000), Les systèmes fiscaux, Points Economie, Seuil.  
 VITRY D., LABROUSSE C., JESSUA C. (2001), Dictionnaire des sciences économiques, PUF.  
 VOLLE M. (2000), économie, Economica.

## Liste des usuels mis en salle et en accès libre Sociologie

## Notes à l'attention des candidats

### RÈGLES DE FONCTIONNEMENT DU CONCOURS

#### O R A U X

1 - Les dossiers administratifs qui vous seront remis au début de votre 1ère épreuve doivent être rendus, complets, aux surveillants, lors de votre 2ème épreuve afin de pouvoir procéder aux vérifications.

Les candidats dont les dossiers seront incomplets ne pourront être admis.

2 - La discipline de la leçon (ou du dossier) n'est connue que le jour de l'oral correspondant.

Cependant, les candidats, ayant été interrogés, en économie, en leçon, se verront automatiquement proposer un dossier de sociologie et vice et versa.

Les séances d'oral sont publiques.

3 - Les sujets des épreuves de leçons et de mathématiques sont tirés au sort.

En ce qui concerne l'épreuve de dossier, le premier candidat de la matinée tire au sort l'un des deux dossiers proposés pour la journée.

4 - Les temps de préparation sont les suivants :

\* Leçon : 6 heures

\* Dossier : 4 heures

\* Mathématiques : 1 heure 30

5 - La préparation de la leçon se fait en salle. Le candidat dispose du fichier matières et du fichier auteurs de la Bibliothèque IBANES. Les ouvrages de ce seul fonds sont mis à sa disposition sur sa demande.

Les candidats voudront bien accepter de montrer leur cartable à la sortie de la salle.

6 - En cas de difficulté, les candidats feront appel à l'examineur de garde.

La préparation du dossier et de l'épreuve de mathématiques se fait en chambre sans aucun document.

7 - Les durées des exposés sont les suivantes :

\* Leçon : 45 mn (exposé suivi de 15 mn d'interrogation)

\* Dossier : 30 mn (exposé suivi de 15 mn d'interrogation)

\* Mathématiques : 30 mn (au total)

8 - Le jury ne répondra pas par courrier aux demandes concernant les prestations orales. En revanche, les candidats, qui le souhaiteront, pourront être reçus le jour de la délibération d'admission.

9 - Les dates d'oraux sont définitives.

10- Pour l'épreuve de mathématiques, est fournie une calculatrice (Casio fx 992S-w.).

Pour la leçon, un rétroprojecteur est à la disposition des candidats.

Le 3 mai 2001

La présidente du Jury  
Catherine Omnès

SESSION 2001

## PRÉPARATION DE LA LEÇON DE L'AGRÉGATION DE SCIENCES SOCIALES

Un certain nombre de documents sont en libre accès. Vous en trouverez la liste dans la salle. Prenez ceux dont vous avez besoin.

Établissez votre bibliographie (livres et revues).

Contactez les surveillants qui iront eux-mêmes chercher les documents. Ils vous les apporteront.

Vous pouvez vous adresser à eux tout au long de l'épreuve.

*N.B. - En cas de recherche par matière, le fichier matières et le fichier auteurs de la Bibliothèque ont été placés dans la salle. Toutefois, il n'a pas été mis à jour depuis 1991. Par contre, une recherche sur Macintosh peut actualiser votre recherche.*

Pour ce faire, *notez sur votre bibliographie vos mots-clé* (ex. Monnaie, famille...). Les surveillants effectueront eux-mêmes la recherche et vous en communiqueront le résultat.

Les candidats sont informés qu'il leur sera possible de visiter la Bibliothèque İBANES uniquement la veille précédant leur passage en leçon aux conditions suivantes :

\* L'accès à la Bibliothèque ne sera possible que sur présentation de la convocation et d'une pièce d'identité

\* L'horaire de visite : 16 H 30 -18 H 30

\* La visite s'effectuera accompagnée d'un surveillant

\* Les sacs et effets personnels devront préalablement être déposés au secrétariat du Jury

*P.S. ; Il ne sera procédé à aucun débat d'ouvrage durant la durée des épreuves orales*

SESSION 2001

## Organisation pratique des épreuves orales à la Bibliothèque Jean IBANES

1°) La Bibliothèque Ibanès n'est pas en mesure de communiquer par téléphone les résultats d'admissibilité et d'admission.

2°) Les candidats n'ont pas accès direct aux livres. Ils disposent, en revanche, du fichier matières et du fichier auteurs pour commande des documents.

3°) Les candidats ne disposeront que du fonds de la Bibliothèque Ibanès. Aucun autre document n'est fourni.

4°) Les sujets des leçons déjà donnés aux candidats sont portés à la connaissance des candidats suivants.

SESSION 2001

## PRÉPARATION DE LA LEÇON DE L'AGRÉGATION DE SCIENCES SOCIALES

Sont en libre accès dans la salle de travail :

- Encyclopaedia Universalis
- Divers dictionnaires et encyclopédies en économie et en sociologie
- Quelques livres d'économies
- La liste des livres de la collection Repères possédés par la Bibliothèque
- Le fichier matières
- Tables des matières des périodiques de la Bibliothèque ,
- Les dix dernières années des périodiques suivants
  - Actes de la recherche en sciences sociales
  - Alternatives économiques
  - Cahiers français
  - Économie et statistique
  - Problèmes économiques
  - Revue française de sociologie
  - Entreprises et Histoire

## INFORMATIONS PRATIQUES

Une brochure destinée aux concours de recrutements des personnels enseignants est

éditée chaque année par le ministère de l'Éducation nationale.

Elle est disponible début septembre :

dans les rectorats d'académie ;

dans les instituts universitaires de formation des maîtres (IUFM) ;

dans les services communs d'information et d'orientation des universités (SCUIO) ;

à la direction des personnels enseignants :

32-34, rue de Châteaudun - 75436 Paris CEDEX 09.

Cette brochure succincte rappelle les conditions requises pour vous inscrire au concours e donne des conseils pratiques :

- Où et comment vous inscrire ?
- Comment se préparer au concours ?
- Que se passe-t-il après la réussite aux épreuves ?
- La carrière, les rémunérations...

## POUR EN SAVOIR PLUS

Vous pouvez consulter le Système d'information et d'aide aux concours SIAC sur Internet.

<http://www.education.gouv.fr/siac>

SIAC est un site dédié aux concours de recrutement des personnels enseignants, d'éducation et d'orientation (second degré) et de professeurs des écoles (premier degré).

Il regroupe les informations utiles pour répondre à vos questions :

- Les textes officiels publiés au BO (programmes annuels, notes de service...) ;
- Les postes offerts dès leur publication au journal officiel ;
- Des informations pratiques relatives à certains concours ;
- Un guide qui présente le déroulement des concours, les conditions d'inscription, les statistiques de la session précédente, la nature des épreuves, les nouveautés réglementaire;
- Où vous préparer aux concours ?
- Comment vous procurez les rapports de jury ?
- Comment obtenir les photocopies de vos copies ?
- En cas de réussite au concours comment serez-vous affecté en qualité de stagiaire ;
- Un vagemestre pour répondre à vos questions.

SIAC vous permet également, pendant la période d'ouverture des serveurs, de procéder à votre inscription au concours de votre choix.

