

REVUE ÉCONOMIQUE

Vol. 31 N° 6. Novembre 1980

DÉMOGRAPHIE ÉCONOMIQUE

Presses de la Fondation Nationale des Sciences Politiques

ESPÉRANCE DE VIE ACTIVE, REPRISE D'ACTIVITÉ FÉMININE : UN MODÈLE

PLUSIEURS économistes et démographes ont souvent cherché à mesurer la durée de la vie active. Parmi les principaux, on peut citer W. Woytinski [1938], L. Dublin et A. Lotka [1947], J. D. Durand [1948], P. Depoid [1951], J. M. Hoem et M. S. Fong [1976]. Les premiers ont construit une table de vie active sur le modèle de la table de mortalité. Depoid a ainsi utilisé un indicateur appelé « espérance de vie active » qui intègre les évolutions souvent opposées de l'activité et de la mortalité par âge. Lotka a élargi le formalisme de la table de vie active en associant à chaque âge, et suivant divers critères, un revenu moyen. Il a ainsi pu calculer une sorte d'espérance de revenu qui peut être assimilée à une valeur de la vie humaine.

Mais ces travaux acheminent sur de graves difficultés : la notion même d'actif-inactif n'est pas du même type que vivant-mort comme on le voit particulièrement pour les femmes, et cette notion est de plus très différente selon les habitats, milieux sociaux, etc.

C'est pourquoi certains auteurs ont souvent cherché à appliquer des définitions précises à des sous-populations homogènes : Depoid a ainsi distingué la population agricole du reste de la population. De plus comme il leur fallait supposer que la période d'activité était continue (l'entrée n'avait lieu qu'avant l'âge modal des taux d'activité, et la sortie qu'au-delà) leurs calculs ne pouvaient s'appliquer aux femmes car la courbe d'activité féminine présente généralement deux modes, à moins qu'on ne limite les tables féminines aux âges supérieurs à ce deuxième mode (J. D. Durand, *op. cit.* et S. L. Wolfbein [1949]).

Mais ces dernières années, des statistiques nouvelles sur les entrées et sorties de l'activité économique suivant l'âge ont pu être obtenues à partir de microrecensements comme en Allemagne Fédérale (W. Linke

[1976]) ou d'enquêtes sur l'emploi comme au Danemark (J. M. Hoem, *op. cit.*) et en France. Il est donc devenu possible de construire des modèles plus réalistes qui prennent en compte des entrées et sorties multiples d'activité.

Ses modèles, qui du point de vue mathématique s'apparentent à des processus de Markov inhomogènes, fournissent, entre autres résultats, des indications sur les évolutions futures des taux d'activité féminins, sur les reprises d'activité et sur leurs durées. La validité du modèle dépend de l'inertie temporelle de taux calculés à partir d'entrées et sorties de l'activité économique suivant l'âge. Comme les statistiques qui fournissent de tels taux sont trop récentes, le recul nécessaire pour juger de la qualité du modèle manque. Nous nous trouvons donc face à une alternative : soit nous gageons que ces taux ont une certaine inertie, et il est alors possible d'établir des projections des taux d'activité, soit au contraire nous pensons qu'ils dépendent fortement de la conjoncture économique, et ainsi l'espérance de vie active peut être un indicateur conjoncturel synthétique de l'activité, tout comme en démographie par exemple l'espérance de vie l'est de la mortalité, et la somme des naissances réduites l'est de la fécondité. Diverses projections et surtout des projections en arrière dans le temps, avec confrontation avec la réalité déjà observée, permettent d'éclairer le débat. Les phénomènes de convergence ou de divergence inhérents à tout modèle de Markov seront aussi abordés.

Du point de vue théorique et pratique, le modèle sera traité de trois façons : d'une part sous la formalisation continue d'un processus, d'autre part sous celle discrète d'une chaîne de Markov, moins rigoureuse mais plus apte au calcul, enfin, sous la forme d'une simulation qui fournira des résultats difficiles, voire impossibles à obtenir par des calculs analytiques.

Un exposé plus complet des modèles discret et continu est présenté dans un article de la revue *Population* (à paraître) : il y sera souvent fait référence. Seules les parties essentielles des modèles et de leurs résultats sont exposées dans le présent article.

Mais avant d'exposer les modèles sur la mobilité par âge, revenus rapidement aux premiers modèles de table de vie active classique, et poursuivons l'étude de Depoid jusqu'à nos jours.

La table de vie active classique

Sous les hypothèses exposées plus haut d'une vie active ininterrompue, on construit la table de vie active par analogie à la table de mortalité.

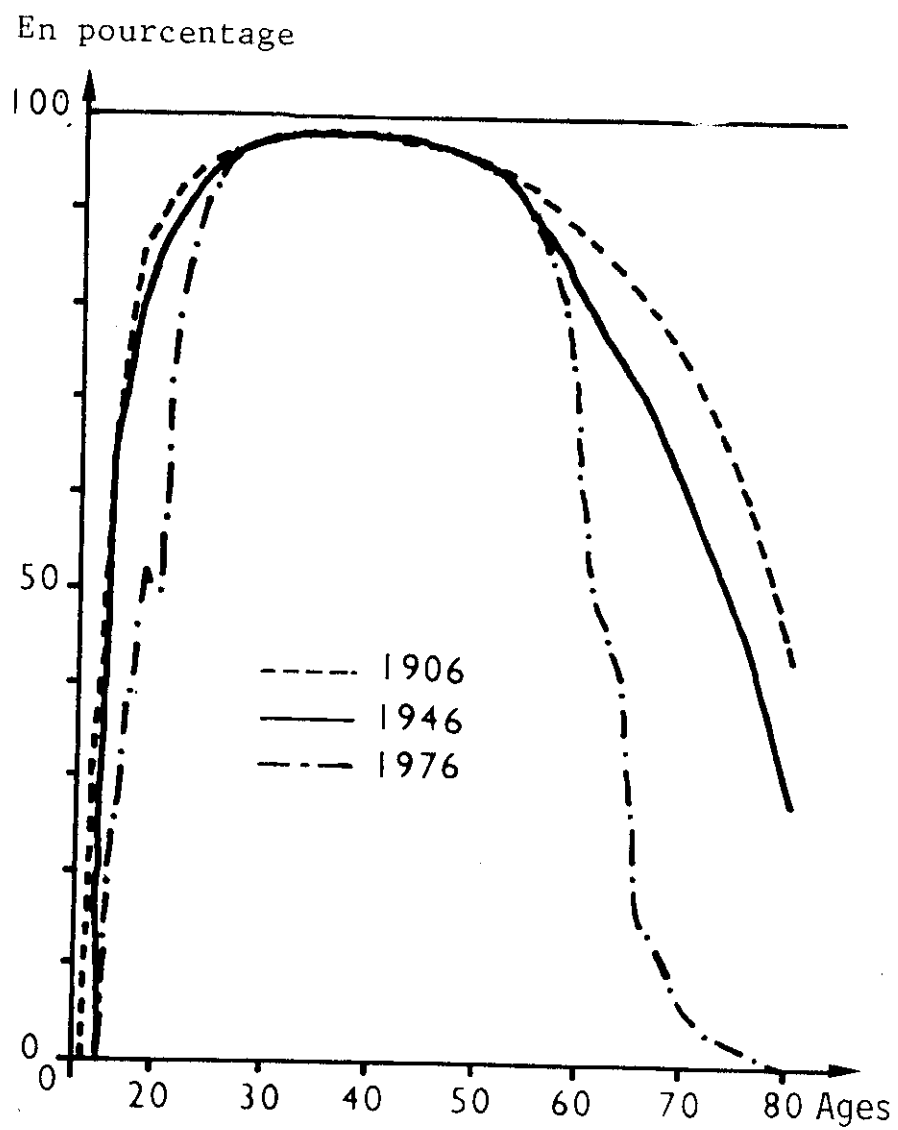
· Etant donné une table de mortalité et une série de taux d'activité par âge d'une époque donnée, on calcule la *population active stationnaire*, comme la part de la population active dans la population stationnaire. Cette dernière est, rappelons-le, constituée des survivants qu'on obtiendrait à chaque âge si, partant à la naissance d'un effectif donné, les conditions de mortalité par âge restaient inchangées. On peut voir sur les graphiques 1 et 1 bis une représentation de ces populations actives stationnaires aux recensements de 1906 et 1946, et en 1976¹. Pour un âge supérieur à l'âge modal de cette courbe, on peut définir une espérance de vie active pour un actif, tout comme on définit une espérance de vie à partir d'une population stationnaire : c'est la somme des survivants actifs au-delà de cet âge, rapportée à l'effectif des actifs de cet âge. En deçà de l'âge modal, on peut calculer une espérance de vie active pour un actif, en supposant qu'un tel actif ne quittera la population active que par la mort.

L'aire totale sous-tendue par la population active stationnaire donne le nombre moyen d'années d'activité vécues par une génération fictive soumise à ces conditions d'activité et de mortalité ; on peut l'appeler l'espérance de vie active à la naissance.

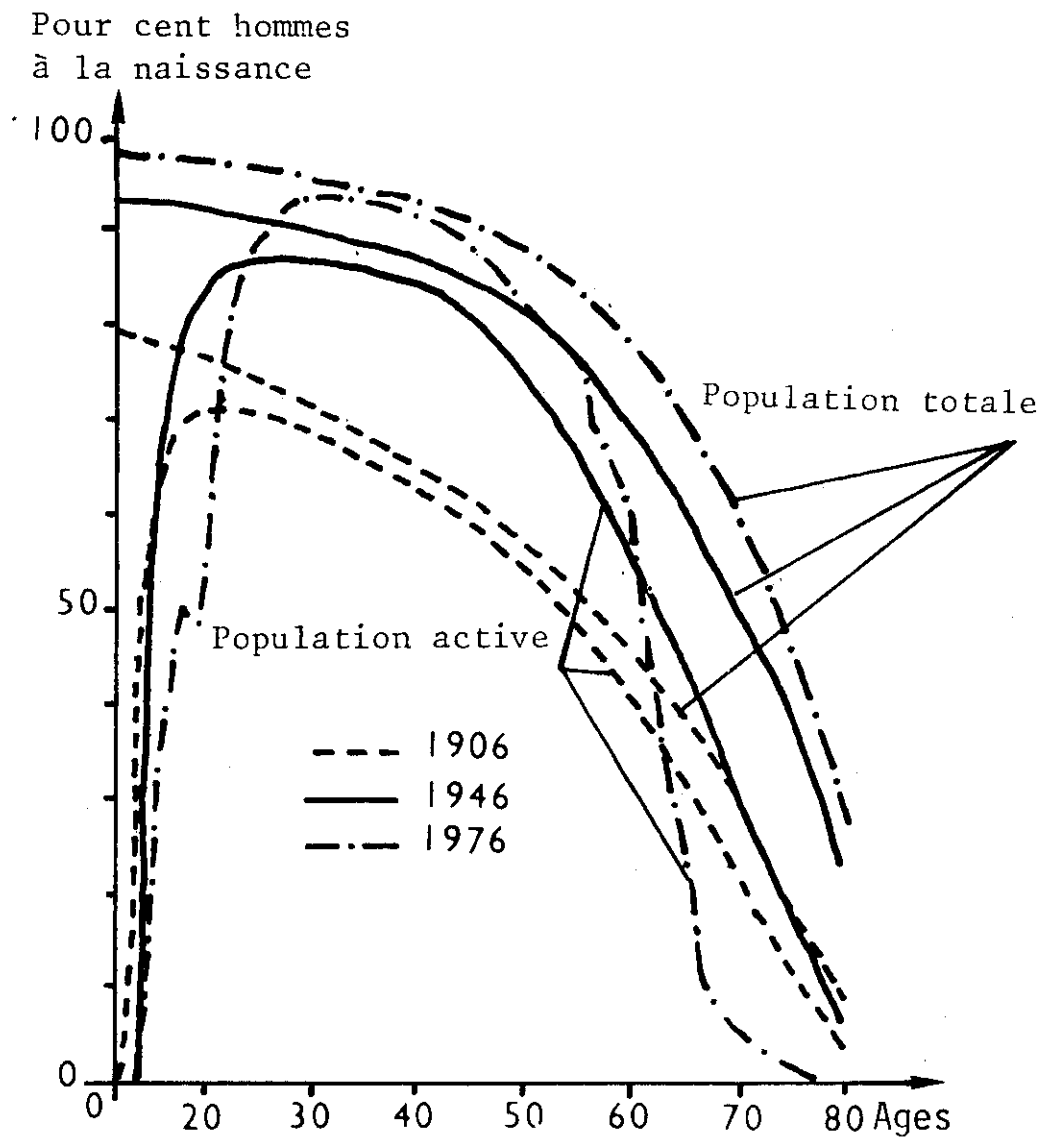
EN 1976, AUTANT D'ANNÉES TRAVAILLÉES QU'EN 1936,
MAIS MOINS QU'EN 1946

Le tableau 1 donne les évolutions depuis le début du siècle en France des espérances de vie à quinze ans et de l'espérance de vie active d'un actif au même âge. De 1906 à 1936, l'espérance de vie active a peu varié car une fin d'activité plus précoce a compensé la baisse de la mortalité.

1. Données provenant de l'enquête emploi de l'INSEE.



Graphique 1. Part relative à chaque âge de la population active dans la population totale.



Graphique 1 bis, Population active dans la population stationnaire.

Tableau 1. Evolution de l'espérance de vie et de l'espérance de vie active d'un actif de quinze ans

	1906	1936	1946	1976
Espérance de vie active à 15 ans	42.8	43.6	47.7	43.7
Espérance de vie à 15 ans	45.8	48.0	52.5	55.6

Mais durant les dix années qui ont suivi, l'importante baisse de la mortalité a porté l'espérance de vie active à 47,7 années en 1946. Depuis, cette baisse de la mortalité ne suffit plus à compenser l'avancement de l'âge de la retraite et l'espérance de vie active est à peu près redescendue à son niveau de 1936 soit 43,7 années.

Une table de vie active classique fournit aussi des quotients d'entrée en activité et de sortie où on distingue des quotients de sortie par la retraite et des quotients de sortie par la mort. Nous ne mentionnerons ici que leur existence.

Comme ces tables ne permettent pas de calculer des indices tout à fait équivalents pour les femmes, voyons maintenant les modèles qui autorisent des cessations et des reprises d'activité.

Entrées et sorties de l'activité économique suivant l'âge

Les enquêtes sur l'emploi effectuées au mois de mars par l'INSEE fournissent des statistiques sur les volumes d'entrées et de sorties de l'activité économique selon l'âge². En effet, l'échantillon étant renouvelé chaque année par tiers, on connaît pour deux tiers des individus l'état d'activité au mois de mars de deux années consécutives, en confrontant les fichiers des deux enquêtes. Pour le dernier tiers, on fait appel à la mémoire des enquêtés en leur demandant leur situation l'année auparavant. On obtient donc les tableaux (2 × 2) des effectifs d'actifs et d'inactifs à l'âge x survivants à l'âge $x + 1$ et ventilés suivant leur état à cet âge (tableau 2).

2. Nous remercions tout particulièrement MM. Laulhé et Seys de l'INSEE, de nous avoir fourni les données de mobilité par âge détaillé.

Tableau 2

Age $x + 1$ 1978			
Age x 1977	ACTIFS	INACTIFS	
ACTIFS	N_{11}	N_{12}	N_1
INACTIFS	N_{21}	N_{22}	N_2
	$N_{.1}$	$N_{.2}$	$N_{..}$

On peut ainsi calculer des rapports $c_x = \frac{N_{12}}{N_1}$ et $d_x = \frac{N_{21}}{N_2}$, qu'on

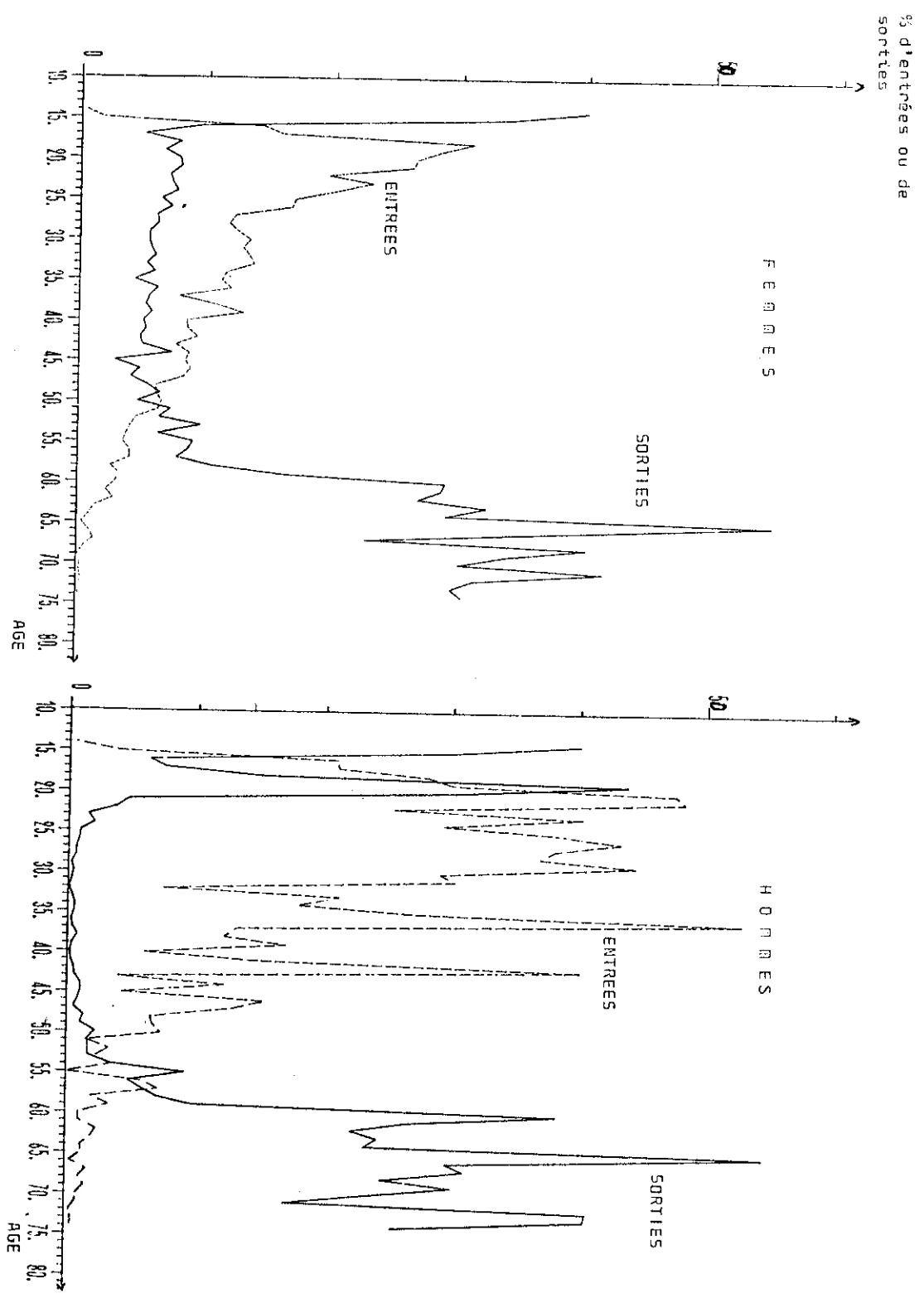
va assimiler à des probabilités de cessation et d'accession à la vie active. Ces rapports sont représentés sur le graphique 2.

Pour les femmes comme pour les hommes, nous remarquons bien évidemment les sorties importantes à soixante et soixante-cinq ans. Mais nous remarquons surtout qu'après les premières prises d'activité, les sorties et les entrées sont fréquentes chez les femmes de vingt-cinq à cinquante ans, montrant ainsi combien les arrêts et reprises d'activité constituent un facteur important dans la structure de la population active féminine. Si les données ne donnent pas d'indication sur les rangs des prises d'activité, nous verrons que notre modèle nous en fournira.

Remarquons aussi pour les hommes, un flux entre vingt et vingt et un ans qui correspond au service national : les militaires du contingent ne sont en effet pas considérés comme actifs dans cette définition de l'INSEE. Pour les entrées en activité des hommes âgés entre vingt-cinq et quarante-cinq ans, les fluctuations observées sont d'origine aléatoire, car d'une part l'échantillon correspond à un sondage au 1/300^e, mais aussi et surtout car à ces âges le pourcentage d'inactif est très faible, 2 à 3 % environ³.

3. Pour lisser de telles données, il faut distinguer les fluctuations d'origine aléatoire des fluctuations attribuables à des réalités socio-économiques.

Graphique 2. Proportions suivant l'âge, des inactifs en mars 1977 se trouvant actifs en mars 1978 (entrées), et d'actifs en mars 1977 se trouvant inactifs en mars 1978 (sorties)
Enquête emploi de mars 1978 de l'INSEE



Présentation des modèles dynamiques

Nous venons de voir que les données de l'enquête emploi permettent de calculer des probabilités de transition d'un état d'activité à un autre. Ajoutons un troisième état, celui de la mort et des quotients de mortalité⁴, et nous obtenons un modèle du type markovien inhomogène ; inhomogène car les probabilités de transition dépendent de l'âge, markovien car on suppose que ces probabilités ne dépendent que du dernier état où se trouve l'individu, et non de son histoire passée.

Cette hypothèse de Markov, fondamentale pour notre modèle, peut être très critiquée : une personne inactive depuis plusieurs années n'a sans doute pas la même probabilité de rentrer en activité qu'une autre qui vient de la quitter. Mais aucune statistique à notre connaissance ne permet pour l'instant de considérer un modèle plus élaboré⁵.

Un individu est donc supposé transiter tout au long de sa vie entre les deux états actif et inactif jusqu'à ce qu'il soit « absorbé » par le dernier état, la mort.

Ces modèles permettent de calculer diverses quantités comme les durées moyennes passées dans chacun des états ou espérances de vie, active ou inactive, leur écart type, les nombres moyens de reprises d'activité, leurs durées moyennes, etc. Mais en fonction de la quantité cherchée, une des trois formulations du modèle, continue, discrète ou par simulation, est plus précise, rapide où simplement l'unique méthode de calcul.

En terme de processus, les données de l'enquête emploi sont les réalisations du processus continu à des intervalles de temps espacés d'un an. Mais cet intervalle d'un an est-il suffisamment fin pour étudier la mobilité par âge ? autrement dit, la probabilité pour qu'un individu, une femme surtout, rentre puis sorte de l'activité économique en l'espace d'un an, est-elle négligeable ? Si oui, un modèle *discret* qui n'autorise des transitions qu'à des intervalles d'un an, est plus simple et plus apte au calcul. Si non, il faut alors construire un modèle *continu* qui autorise des transitions à chaque instant, et estimer à partir des données connues à chaque âge simple, des intensités de transition instantanées.

4. On ne considèrera pas de mortalité différentielle entre les actifs et les inactifs, bien qu'on puisse présumer que la mortalité de la population inactive masculine qui comprend une part importante de malades ou d'infirmes soit plus forte que celle de la population active ; les accidents de travail doivent compenser en partie cet effet. Il y a là source d'une amélioration future du modèle.

5. Un tel modèle pourrait par exemple faire dépendre les probabilités de transition du temps passé dans le dernier état (E. SVERDRUP [1965]).

Avant de présenter les résultats, nous allons brièvement poser les équations des modèles continu ⁶ et discret.

Les trois états : actif 1, inactif 2 et mort 3 sont représentés sur le diagramme 3. L'âge est noté x , les intensités de transition sont notées $\rho(x)$ et $\nu(x)$, la force de mortalité est notée $\mu(x)$; les probabilités de changement d'état du modèle discret sont notées a_x et c_x ⁷, le quotient de mortalité q_x .

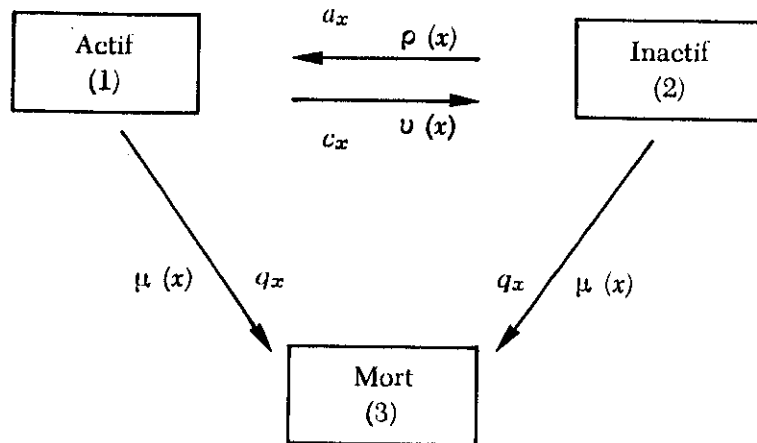


Diagramme 3

Dans le modèle continu, on note ${}_t p_x^{jk}$ la probabilité pour un individu dans l'état j à l'âge x d'être à l'âge $x + t$ dans l'état k . Une équation « en avant » de Kolmogorov s'écrit par exemple :

$${}_{t+dt} p_x^{12} = \nu(x+t) dt \cdot {}_t p_x^{11} + (1 - (\rho(x+t) + \mu(x+t) dt)) \cdot {}_t p_x^{12} + 0 \cdot {}_t p_x^{13} + 0(dt) \quad 8$$

6. Les premières bases du modèle continu ont été présentées par J.M. HOEM, *op. cit.*

7. On notera sans parenthèses et en indice les âges du modèle discret.

8. En effet, le passage d'un homme actif 1 à l'âge x , à l'état d'inactif 2, à l'âge $(x + t + dt)$, peut se décomposer de différentes façons, suivant ses situations à l'âge $x + t$:

— L'homme est actif (1) à l'âge $x + t$ et, pendant l'instant dt , passe inactif. La probabilité est $\nu(x+t) dt \cdot {}_t p_x^{11}$.

— L'homme est inactif (2) à l'âge $x + t$, et le reste pendant le temps dt . La probabilité est :

$$1 - (\rho(x+t) + \mu(x+t) dt) \cdot {}_t p_x^{12}$$

— L'homme est mort (3) à l'âge $x + t$ mais ne peut ressusciter : 0.

— L'homme est dans l'un des trois états, à l'âge $x + t$, et fait plusieurs transitions dans le temps dt , mais ces événements sont des infiniment petits du deuxième ordre : $0(dt)$.

On obtient donc un système d'équations différentielles du premier ordre, qui se réduit quand on suppose une même intensité de mortalité pour les actifs et les inactifs, à deux équations linéaires du premier ordre où la mortalité n'intervient plus. On note ${}_t\bar{p}_x^{jk}$ la probabilité de passage en l'absence de mortalité, ainsi ${}_t p_x^{jk} = {}_t\bar{p}_x^{jk} \cdot {}_t p_x$ où ${}_t p_x$ est la probabilité de survie jusqu'à l'âge $x + t$ ⁹.

$$\frac{d}{dt} {}_t\bar{p}_x^{12} = -\gamma(x+t) \cdot {}_t\bar{p}_x^{12} + \nu_t(x+t) \text{ avec } \gamma(x) = \rho(x) + \nu(x)$$

soit :

$${}_t\bar{p}_x^{12} = 1 - {}_t\bar{p}_x^{21} = \int_0^t \nu(x+u) \exp\left(-\int_0^u \gamma(x+v) dv\right) du$$

Pour des valeurs petites de t , de l'ordre d'un an, on peut faire des approximations dans les quadratures. On obtient alors :

$${}_t\bar{p}_x^{12} = \frac{\nu(x)}{\gamma(x)} (1 - \exp(-t\gamma(x))) \text{ et } {}_t\bar{p}_x^{21} = \frac{\rho(x)}{\gamma(x)} (1 - \exp(-t\gamma(x)))$$

On peut donc tirer explicitement $\rho(x)$ et $\nu(x)$ en fonction des données issues de l'enquête sur l'emploi qui ne sont autres que les ${}_1\bar{p}_x^{12}$ et ${}_1\bar{p}_x^{21}$, soient c_x et \hat{a}_x . Le modèle continu est alors entièrement estimé. — Le passage du modèle continu au modèle discret.

Si nous voulons calculer les probabilités d'être dans un certain état, non pas à tous les instants infinitésimaux t , mais à des intervalles réguliers d'un an n , il est alors inutile de passer par le calcul des intensités de transitions $\rho(x)$ et $\nu(x)$, la propriété de Kolmogorov permet d'utiliser une notation matricielle où n'interviennent que les quantités discrètes $\hat{a}_x = {}_1\bar{p}_x^{21}$ et $\hat{c}_x = {}_1\bar{p}_x^{12}$. En effet cette propriété peut par exemple s'écrire :

$${}_n p_x^{jk} = {}_1 p_x^{j1} \cdot {}_{n-1} p_x^{1k} + {}_1 p_x^{j2} \cdot {}_{n-1} p_x^{2k}$$

Ainsi si on pose

$${}_1 P_x = P_x = {}_1 p_x \begin{bmatrix} 1 - \hat{c}_x & \hat{c}_x \\ \hat{a}_x & 1 - \hat{a}_x \end{bmatrix} = (1 - q_x) \bar{P}_x$$

on obtient en notation matricielle ${}_n P_x = {}_n p_x \bar{P}_x \bar{P}_{x+1} \dots \bar{P}_{x+n-1}$.

$$9. \quad {}_t p_x = 1 - {}_t q_x = \exp\left(-\int_0^t \mu(x+s) ds\right)$$

On reconnaît alors les équations d'une chaîne de Markov inhomogène de matrice de passage P_x où \bar{P}_x en l'absence de mortalité. La chaîne de Markov qui, par définition n'autorise des transitions qu'à des intervalles d'un an et dont les probabilités de passage c_x et a_x seraient estimées par \hat{c}_x et \hat{a}_x , coïncide avec le processus continu.

Evidemment, si on s'intéresse à d'autres résultats du modèle comme le nombre moyen de changement d'état, on sous-estime ce nombre en utilisant le modèle discret. Les résultats présentés plus loin sont ceux du modèle discret; certaines estimations des erreurs qui en résultent, négligeables pour nos propos, sont présentées dans l'article de Population déjà cité¹⁰.

Reprise d'activité féminine, espérances de vie active dynamiques, convergence faible

Nous avons tracé sur le graphique 4 les courbes des valeurs de ${}_n\bar{P}_x^{21}$ et ${}_n\bar{P}_x^{11}$, en fonction de n , pour divers âges origines x .

Ainsi, par exemple, une femme inactive à trente ans a 12 % de chance de se trouver active l'année suivante¹¹, 22 % de s'y trouver deux ans après, 42 % cinq années après, etc. Parallèlement, une femme active au même âge ne restera pas toujours active, et sa probabilité de rester en activité va décroître au cours des années (94,90,80 %) jusqu'à atteindre la courbe des inactives, et évoluer comme elle.

L'aire située sous chacune des courbes exprime la durée moyenne passée en activité (en absence de mortalité). Si on fait maintenant intervenir la mortalité, on parlera d'*espérance de vie active ou inactive*, pour une active ou une inactive à un certain âge. En pondérant par le taux d'activité à cet âge on obtient une espérance de vie active indépendante du statut initial. Nous y reviendrons.

Les parties communes des différents couples de courbes correspondant à divers âges initiaux constituent elles-mêmes une seule et même courbe. La courbe la plus complète correspond à la courbe particulière du premier âge d'entrée en activité¹²; elle est évidemment commune à toutes celles dont l'âge initial est inférieur à quatorze ans. On verra plus loin que l'aire sous-tendue par cette courbe peut être un indicateur de conjoncture économique.

10. D'autres erreurs peuvent résulter du lissage des données. Une étude sur la faible sensibilité des résultats à un lissage ou à son absence est présentée dans cet article.

11. Cette première valeur est une donnée.

12. Comme il n'y a pas de femme active avant quatorze ans, la courbe supérieure n'est pas définie.

Cette propriété de convergence s'appelle la convergence faible, elle est connue sous une forme plus générale en dynamique des populations (H. Le Bras [1977]). On montre que la matrice ${}_n\bar{P}_x$, produit de matrices stochastiques \bar{P}_y , tend à devenir une matrice de rang 1, autrement dit que ses lignes tout en variant avec n , tendent à être toutes identiques. Ainsi le processus oublie son passé ; peu importe une proportion initiale d'actifs et d'inactifs, au bout d'un certain nombre d'années, la proportion en est indépendante¹³.

On peut utiliser cette propriété pour une *prévision des taux d'activité*.

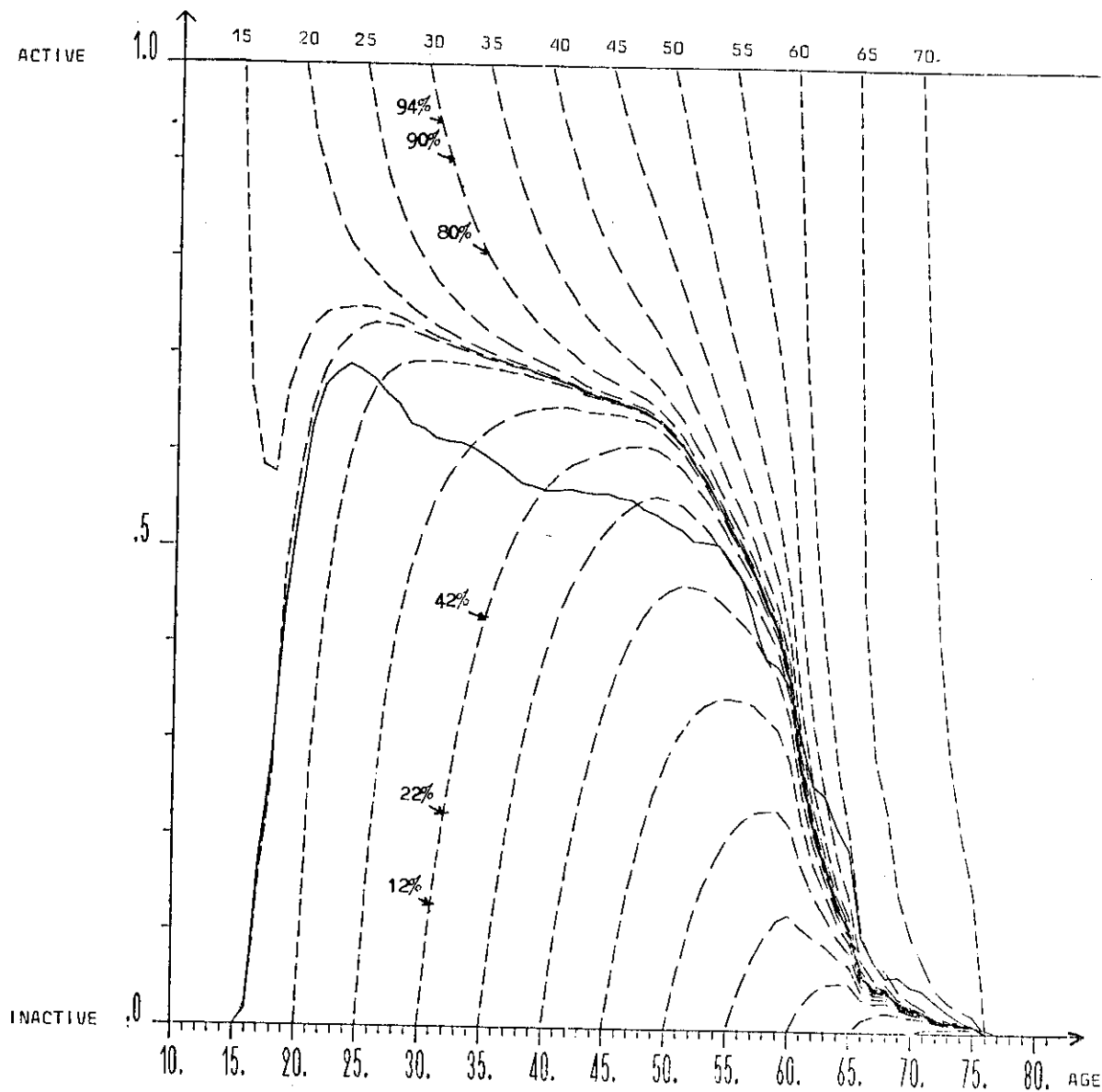
Projections des taux d'activité féminine

Si nous considérons à un certain âge x une proportion d'actifs correspondant au taux d'activité observé une année, le modèle nous permet de calculer cette nouvelle proportion t années plus tard à l'âge $x + t$.

On connaît les taux d'activité en 1977 de quatorze à soixante-quatorze ans et de quinze à soixante-quinze ans en 1978, à partir des données de l'enquête emploi de 1978. Le modèle de projection ne fait que postuler qu'entre 1978 et 1979, puis pour toutes les années suivantes, les intensités des flux de transition n'auront pas changé. On peut ainsi estimer les taux d'activité de l'année 1979 à partir de seize ans, et ceux de 1986, par exemple, à partir de vingt-trois ans. On voit aussi sur le graphique 5 que plus la projection est lointaine plus les courbes se rejoignent en raison du phénomène de convergence expliqué plus haut.

Les résultats montrent que l'activité des femmes se modifie profondément. La simple comparaison des taux d'activité entre 1977 et 1978 fournit les mêmes analyses qualitatives, mais les modèles dynamiques permettent en cumulant les tendances de quantifier ces effets : ainsi si les intensités des flux d'entrées et sorties de l'activité économique observés entre 1977 et 1978 restent inchangées, le taux d'activité des femmes à trente ans qui est de 64 % en 1978 pourra atteindre 72 % en 1985, et celui à soixante-cinq ans passera de 16 % à 10 % en 1983 en raison des départs à la retraite plus précoces.

13. Les secondes valeurs propres des matrices stochastiques (les premières étant égales à l'unité) sont réelles et de module inférieur à 1, la convergence n'est donc pas oscillatoire, et la vitesse instantanée de convergence dépend de ces modules. On remarque que la convergence intervient rapidement.



**Graphique 4. Probabilités d'accession à la vie active
et probabilités de survie en activité suivant l'âge
Femme 1977-1978**

L'ESPÉRANCE DE VIE ACTIVE, UN INDICATEUR DE CONJONCTURE

Du point de vue de la conjoncture, la courbe la plus intéressante est représentée par l'ensemble des valeurs extrêmes qui peuvent être atteintes (à des horizons variables); on peut qualifier ces taux de taux « dynamiques » d'activité. L'aire représentée sous cette courbe d'activité, qui représente l'espérance de vie active en l'absence de mortalité, est un indice synthétique de l'ensemble des tendances. Il peut être un *indicateur de conjoncture économique intéressant*. Entre les enquêtes 1976-1977 et 1977-1978, cette espérance de vie active a baissé de 29,4 à 28,3 années pour les femmes, et de 41,1 à 39,4 pour les hommes.

Les taux dynamiques correspondent aux taux d'activité stables pour des intensités d'entrée et de sortie de l'activité économique observées une année donnée. On peut bien sûr imaginer une autre économie où les flux seraient différents, mais les taux dynamiques identiques ¹⁴.

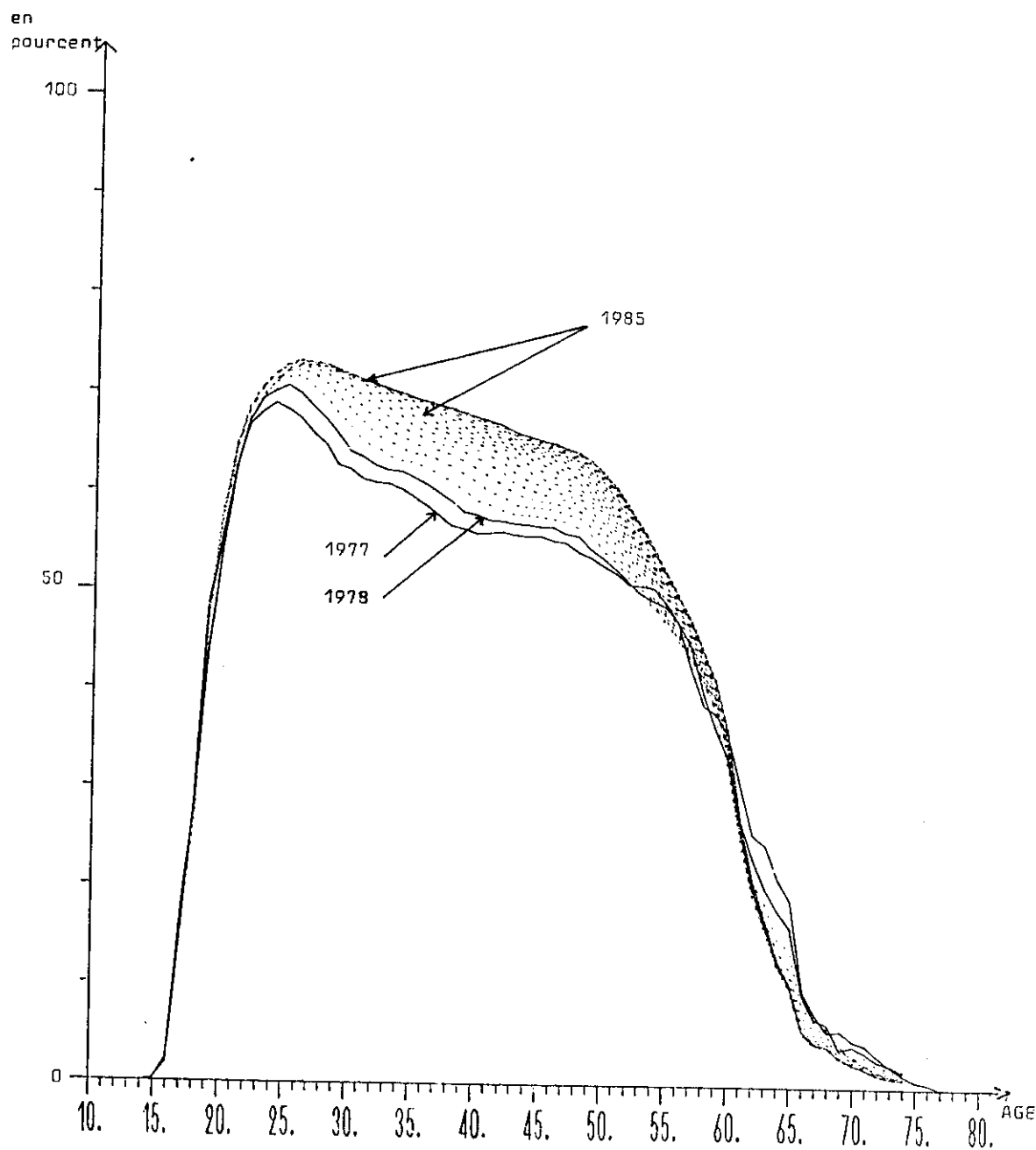
DISTRIBUTION DES DURÉES D'ACTIVITÉ

Les temps passés en activité sont aléatoires; on a montré plus haut comment en calculer analytiquement les moyennes ¹⁵, mais ces moyennes cachent en fait des variabilités entre individus importantes; c'est pourquoi on a calculé les distributions complètes en utilisant une simulation ¹⁵.

Une simulation peut fournir toutes sortes de résultats; nous avons essayé de présenter les plus importants.

14. Réciproquement, on peut chercher un système de flux de sorte que les taux réellement observés soient stables. Dans le cas masculin, le modèle classique des tables de vie active revient à considérer les taux d'activité comme stables et à calculer des intensités d'entrée (avant l'âge modal) et de sortie (au-delà) en conséquence.

15. Un calcul analytique des variances est présenté dans l'article de Population déjà cité.



Graphique 5. Projection des taux d'activité féminine

Les graphiques 6 et 7 donnent diverses distributions obtenues par une simulation sur quarante mille hommes et femmes pris à la naissance. Elles présentent plusieurs modes : on les résume néanmoins par leur moyenne et leur écart type.

Pour les hommes, outre la distribution bien connue des décès (espérance de vie de 69,1 et écart type de 17,0), on trouve une distribution des temps d'activité assez fine (36,1 années, écart type de 10,3). Ceci explique que nous trouvons pour celle des durées d'inactivité, la somme de deux distributions, où les hommes *décédés avant leur retraite* se distinguent des autres. Nous avons alors mesuré une sorte de bilan individuel entre les années passées en activité et celles passées en inactivité : nous avons calculé la distribution des rapports, un rapport de 1 signifie donc autant d'années actives que d'années inactives. Si chaque année d'activité et d'inactivité était pondérée suivant l'âge en terme de dépense ou de recette pour la *Sécurité sociale* par exemple, ce calcul permettrait de connaître non seulement le gain moyen qui est certes très dépendant des pondérations, mais surtout d'en connaître la variabilité qui résulte du seul fait du hasard de la mort, et d'une entrée et d'une sortie d'activité plus ou moins tardive¹⁶.

Toujours pour les hommes la moyenne de cette distribution se situe à 1,1 et l'écart type est de 0,46¹⁷. Pour les femmes, la distribution est dissymétrique ; 20 % des femmes sont en dessous d'un rapport de 0,11, 10 % au-dessus de 0,92. La moyenne est à 0,58.

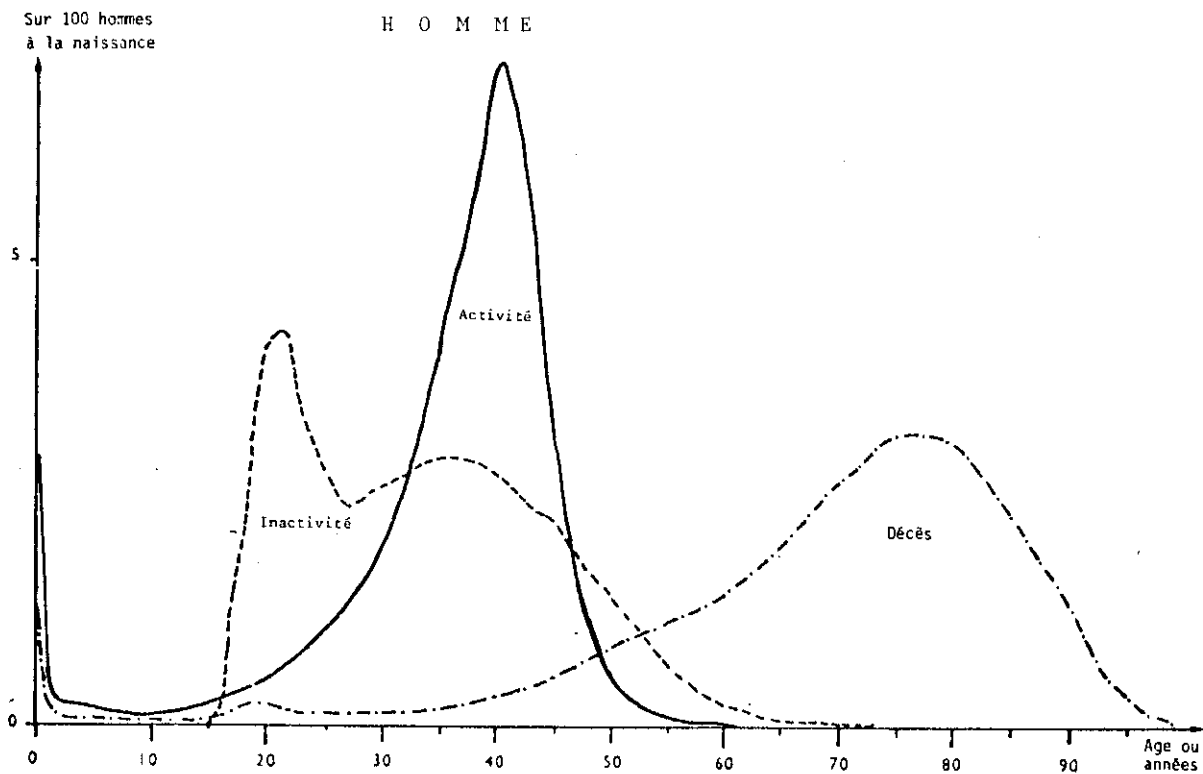
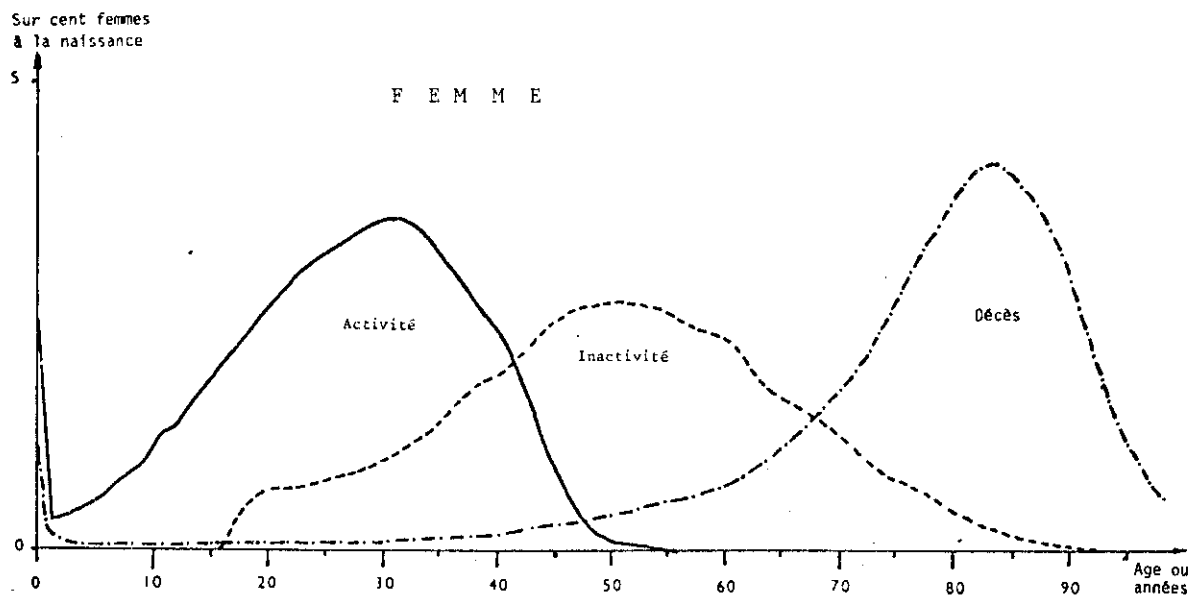
Revenons au graphique 7. Les flux d'entrée et de sortie de l'activité féminine sont suffisamment importants pour que les deux bosses qu'on trouve dans la distribution des durées d'inactivité des hommes, se mêlant en une seule. Une femme partagera sa vie moyenne de 77,2 années (16,1) en 27,0 années d'activité (11,4) et donc 50,2 années d'inactivité (16,0).

Pour suivre ces distributions en fonction de l'âge, on a représenté sur les graphiques 8 et 9 les différentes espérances de vie active et inactive.

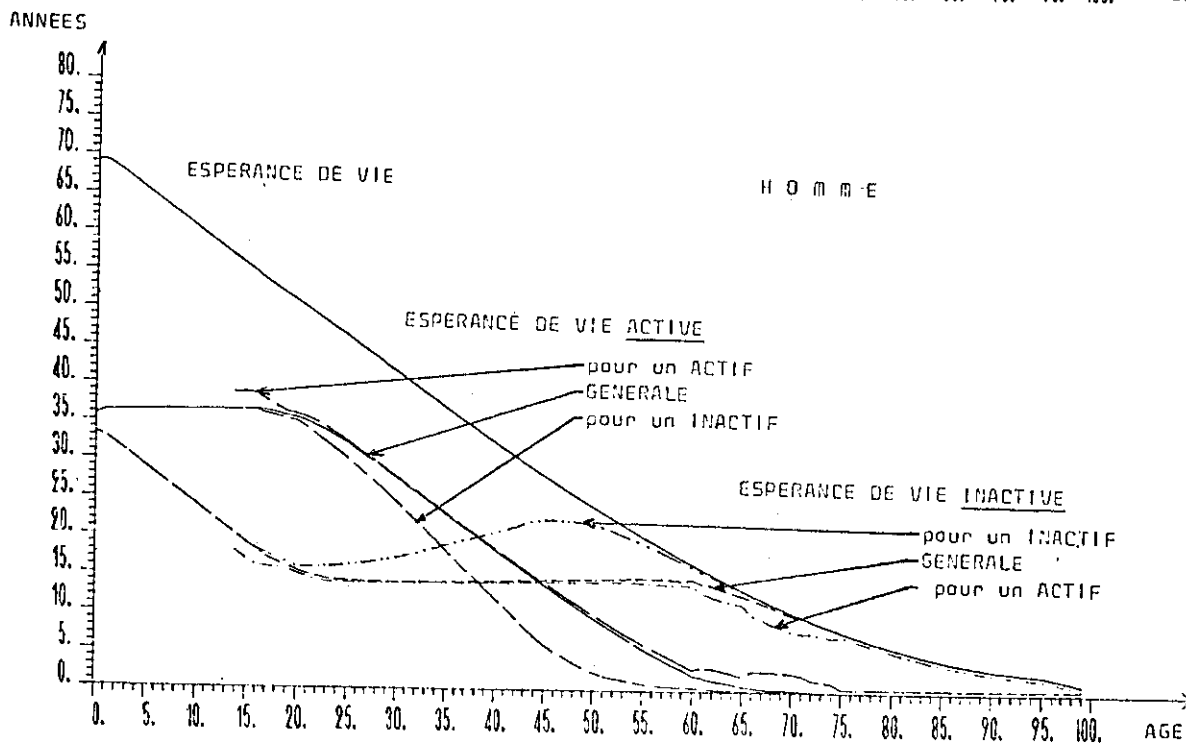
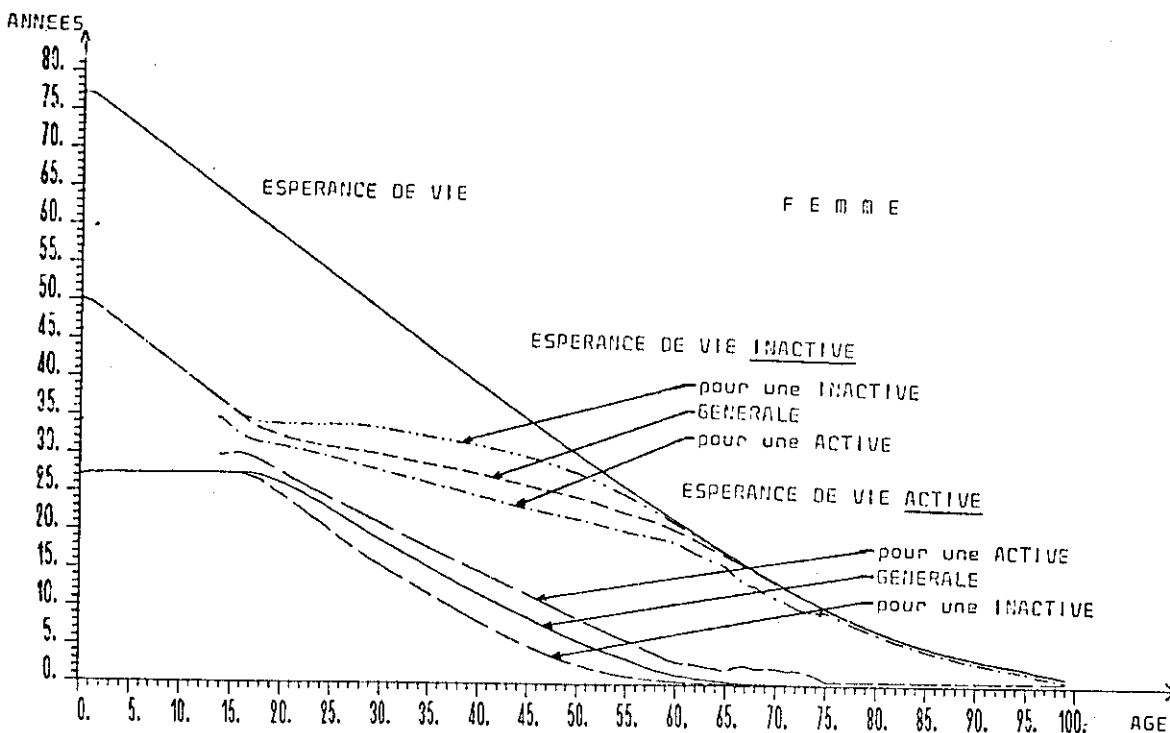
On peut ainsi voir que vers quarante-cinq ans un homme a en moyenne autant d'années d'activité devant lui que d'années de retraite, et qu'une femme active à trente ans travaillera, toujours en moyenne, vingt et un ans, alors qu'une femme inactive au même âge reprendra du travail pour une durée totale moyenne d'à peine 5,5 années de moins.

16. On a donc supposé les âges d'entrée en activité, de prise de retraite et de décès indépendants.

17. 10 % des hommes ont un rapport inférieur à 0,43 et 10 % un rapport supérieur à 1,6.



Graphiques 6 et 7. Distribution des durées d'activité et d'inactivité
Distribution des décès. 1977-1978

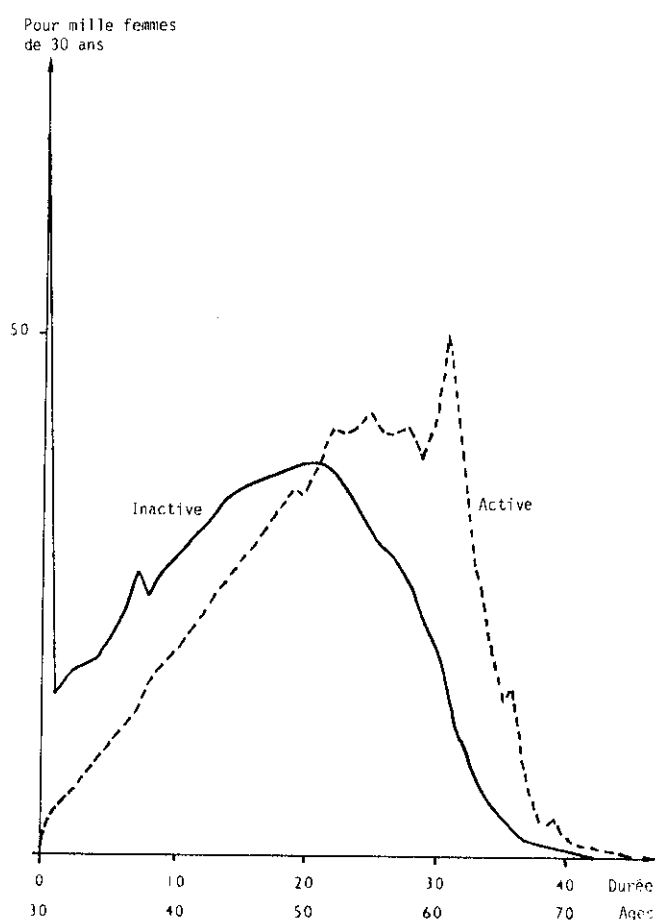


Graphiques 8 et 9. Différentes espérances de vie active ou inactive suivant le statut et l'âge. 1977

Les secondes et troisièmes reprises d'activité féminine

L'activité féminine est une question importante de notre époque. Son évolution est souvent étudiée (A. Racape, M. T. Letablier, A. M. Vasseur [1977], J. C. Deville [1977]). Aussi, nous avons poussé notre modèle un peu plus loin.

Tout d'abord, nous avons, comme nous l'avions fait plus haut, représenté les distributions des durées totales qu'une femme va passer en activité (en l'absence de mortalité) suivant qu'elle est active ou inactive à un certain âge que nous avons pris pour l'exemple égal à trente ans. C'est en effet un âge où après les premières naissances la décision de reprendre un travail appartient à un grand nombre de femmes.



Graphique 10. Distribution des années qu'une femme passera en activité suivant qu'elle est active ou inactive à 30 ans en l'absence de mortalité 1977-1978 (simulation)

Outre l'importance des reprises d'activité que nous avons déjà soulignées, 16,1 années d'activité en moyenne, alors qu'une active travaillera vingt-deux ans en moyenne, nous notons des variabilités entre les femmes très importantes : les écarts types sont respectivement de 9,6 et de 9,0 (graph. 10). On note aussi les décrochages successifs correspondant aux âges de retraites¹⁸. Puis, toujours dans l'hypothèse de stationnarité, nous avons cherché à distinguer parmi l'ensemble des femmes actives à un certain âge, celles qui le sont sans interruption d'activité de celles qui se sont interrompues une ou plusieurs fois. On peut ainsi voir sur le graphique 11 que les *secondes* et *troisièmes* périodes d'activité représentent une assez grande part de la population active ; elles sont même majoritaires au-delà de trente-huit ans.

Enfin, nous sommes revenus aux données initiales, et là encore nous avons distingué dans les probabilités d'entrée en activité les premières entrées des secondes et troisièmes reprises d'activité. Ces dernières constituent l'ensemble des entrées après trente ans.

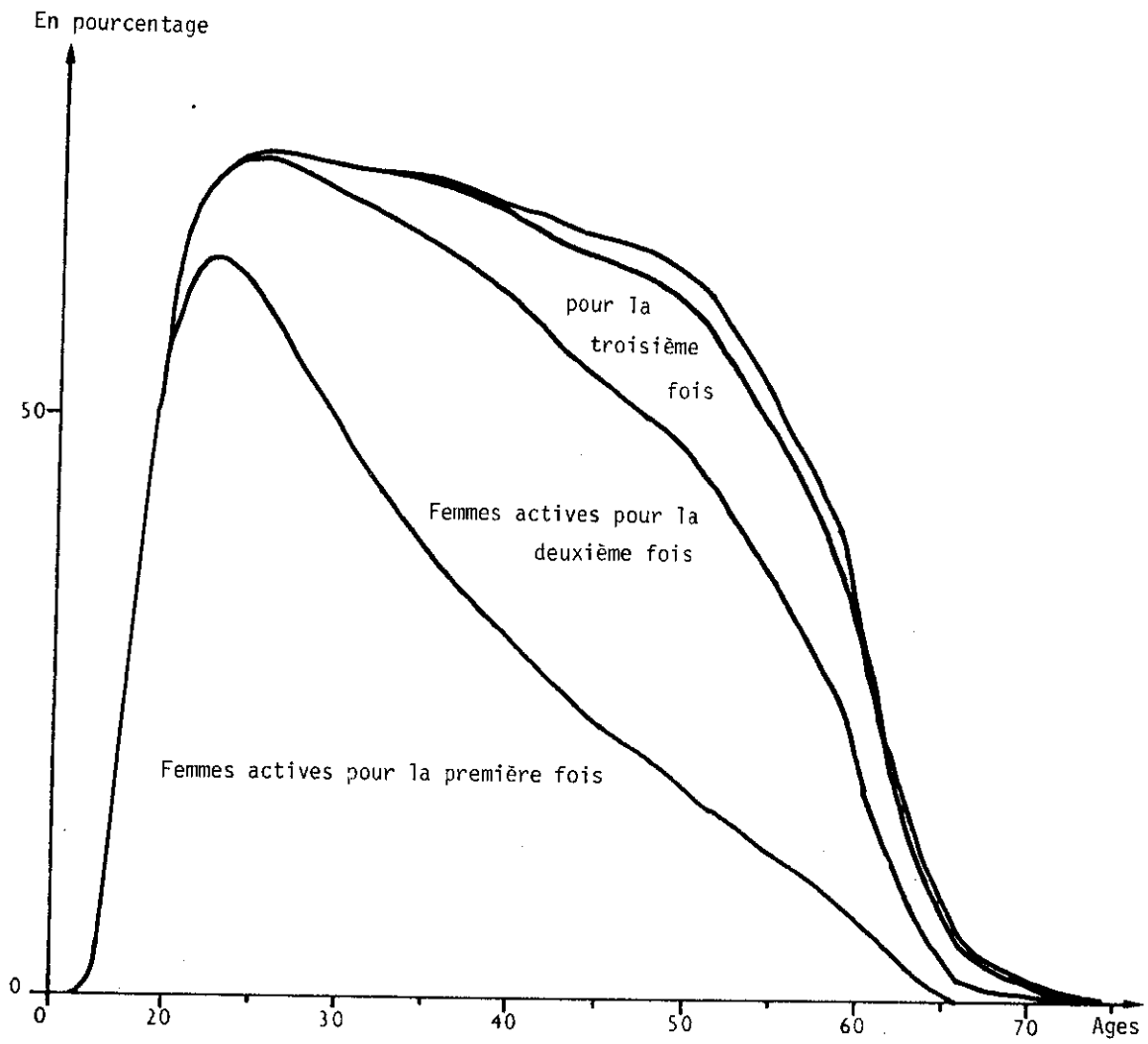
Tout développement ultérieur du modèle en liaison avec des études sur la constitution de la famille est évidemment possible. Mais il est temps pour cette étude de porter notre réflexion sur la validité et les limites de notre modèle.

Validité et limites du modèle

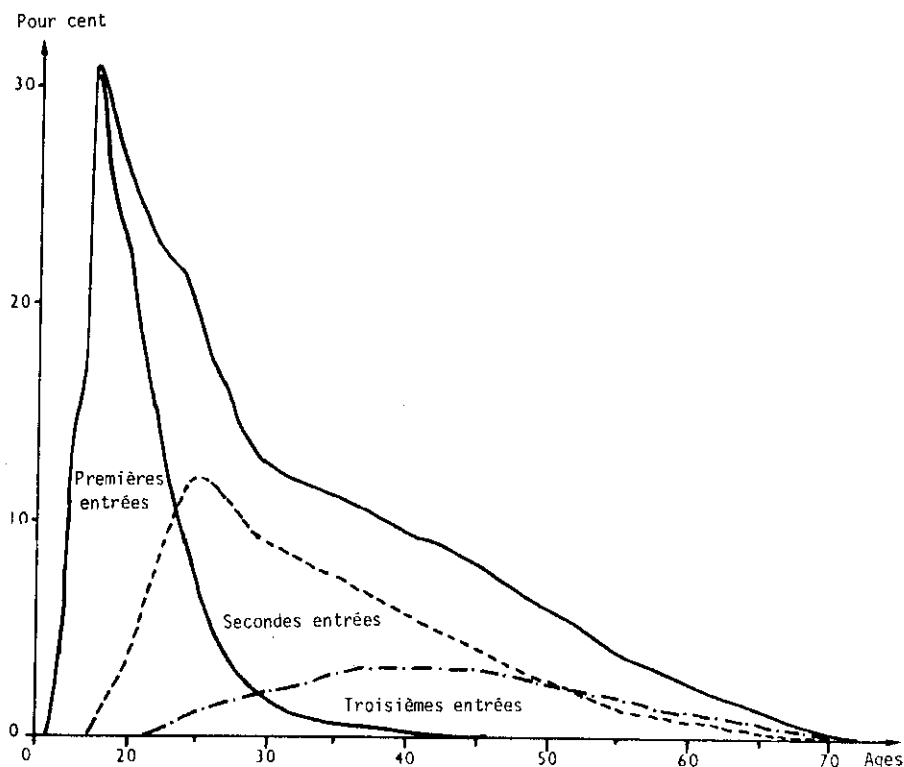
Parmi nos résultats, certains donnent des estimations de quantités qui sont difficilement mesurables sans un modèle ; ce sont par exemple les espérances de vie active ou les taux d'activité par rang. La qualité de ces résultats repose surtout sur *l'hypothèse* de Markov, mais il est difficile sans information supplémentaire, d'en imaginer une autre.

D'autres résultats, particulièrement les projections des taux d'activités féminins, reposent essentiellement sur la stabilité temporelle des pro-

18. Si nous avons pris un pas de simulation plus petit, voire infinitésimal comme dans le modèle continu, le pourcentage de femmes inactives à trente ans qui ne reprendraient jamais le travail serait plus faible. La distribution serait en conséquence légèrement rehaussée pour les durées un peu supérieures.



**Graphique 11. Taux d'activité féminine par rang
(dans l'hypothèse de stationnarité) 1977-1978**



Graphique 12. Probabilités d'entrée en activité pour la première, seconde et troisième fois selon l'âge. Femme 1977-1978

babilités de passage. Or nous n'avons aucun recul statistique pour en juger¹⁹. Nous avons donc utilisé une méthode indirecte, et supposé que ces probabilités sont constantes dans le temps. S'il est possible de faire des projections des taux d'activité vers l'avenir, comme nous l'avons présenté plus haut, il est tout aussi possible de faire des rétro-projections « en arrière », et de considérer que les taux réellement observés en 1977 et 1878, ne sont certes pas stables mais correspondent à une situation intermédiaire sur la voie de la stabilisation. Dans ce cas, on peut calculer les taux qu'on aurait dû observer les années antérieures.

Ceux-ci sont représentés sur le graphique 13. Le phénomène de divergence prévu apparaît, mais il est très important et les taux de 1974 sont déjà irréalistes : la mobilité par âge n'a pas été un phéno-

19. D'autres effets, comme celui des générations seraient bien évidemment à prendre en compte.

mène constant dans le passé²⁰. En fait pour être plus exact nous devrions dire la mobilité par âge comme nous l'avons mesuré, n'a pas été stable. En effet, la divergence est trop importante et il nous faut retourner aux données de base du tableau 2.

En calculant des probabilités de passage par $\frac{N_{12}}{N_1}$ et $\frac{N_{21}}{N_2}$, nous

avons privilégié le sens direct du temps. Nous pouvons admettre une logique différente, qui consiste non pas à supposer que l'état d'activité postérieur d'un individu dépend de son état antérieur, mais l'inverse : une femme qui sait, par exemple, qu'elle va être employée l'année suivante, et est donc assurée d'un certain revenu à l'avenir, peut décider dans une certaine mesure, de travailler l'année présente

ou de ne pas travailler : $\frac{N_{12}}{N_1}$ et $\frac{N_{21}}{N_2}$ quantifient ces éventualités et,

selon le modèle, ces probabilités dépendent surtout de l'âge.

Les résultats de ce modèle II sont représentés sur les graphiques 14 et 15²¹. La convergence a lieu dans le passé, la courbe limite est bien en dessous des taux de 1977 et 1978 aux âges moyens, et au-dessus aux âges de retraite.

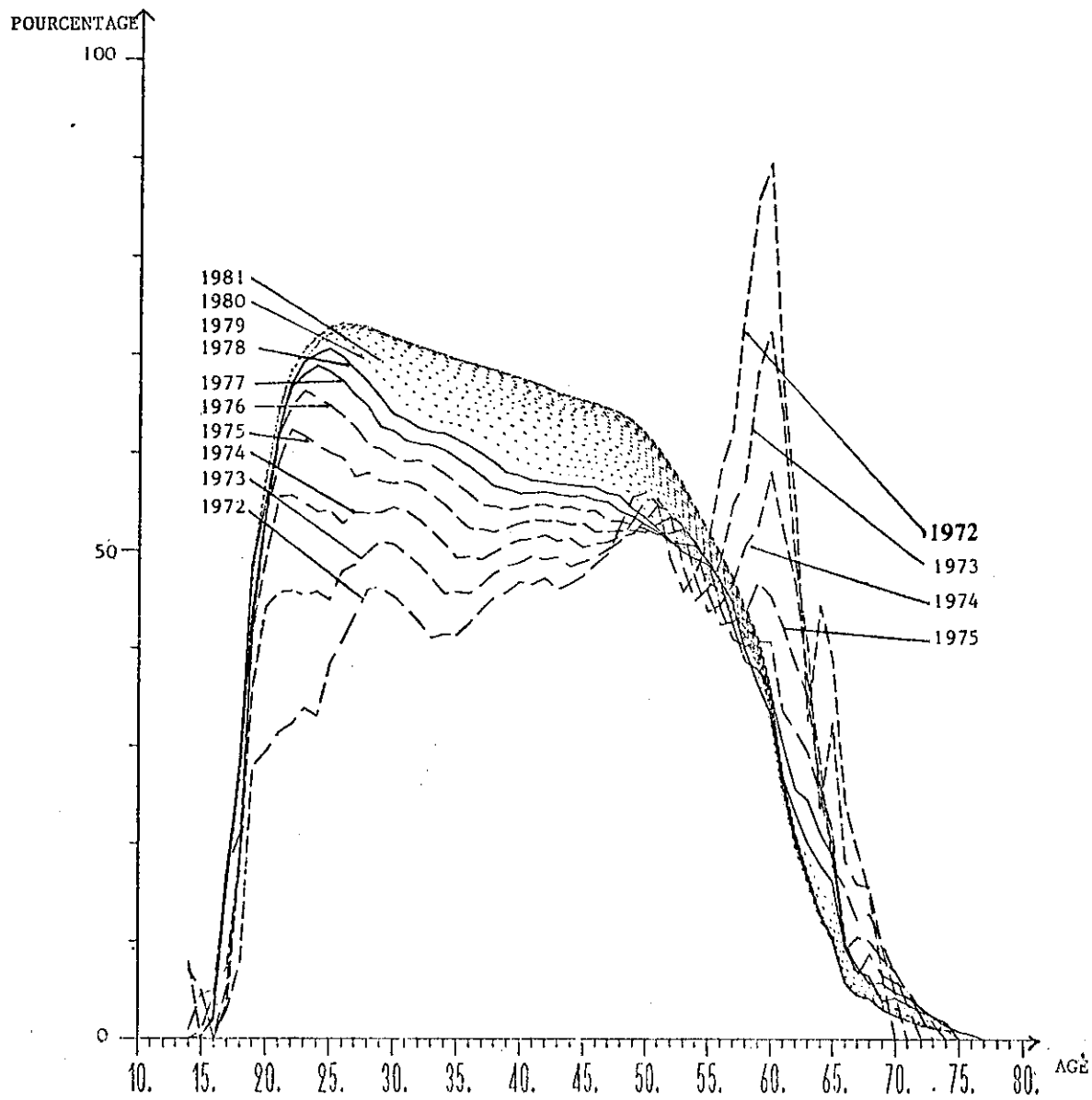
Si nous comparons maintenant la courbe des taux d'activité de l'horizon - 5 du modèle I (graph. 13), c'est-à-dire de l'année 1972 (1977-1975), avec celle de l'horizon + 6 du modèle II (graph. 15), 1972 = 1978 - 6, voisine de la courbe limite, les résultats des deux modèles sont différents.

On retrouve ce problème dans d'autres domaines de la démographie, par exemple à propos des rétro-projections de population stable (elles sont rarement représentées). Ils sont inhérents à tout modèle : on a peut-être tendance à oublier que l'assimilation d'un rapport observé à une probabilité est un grand pas qu'il faut effectuer avec précaution.

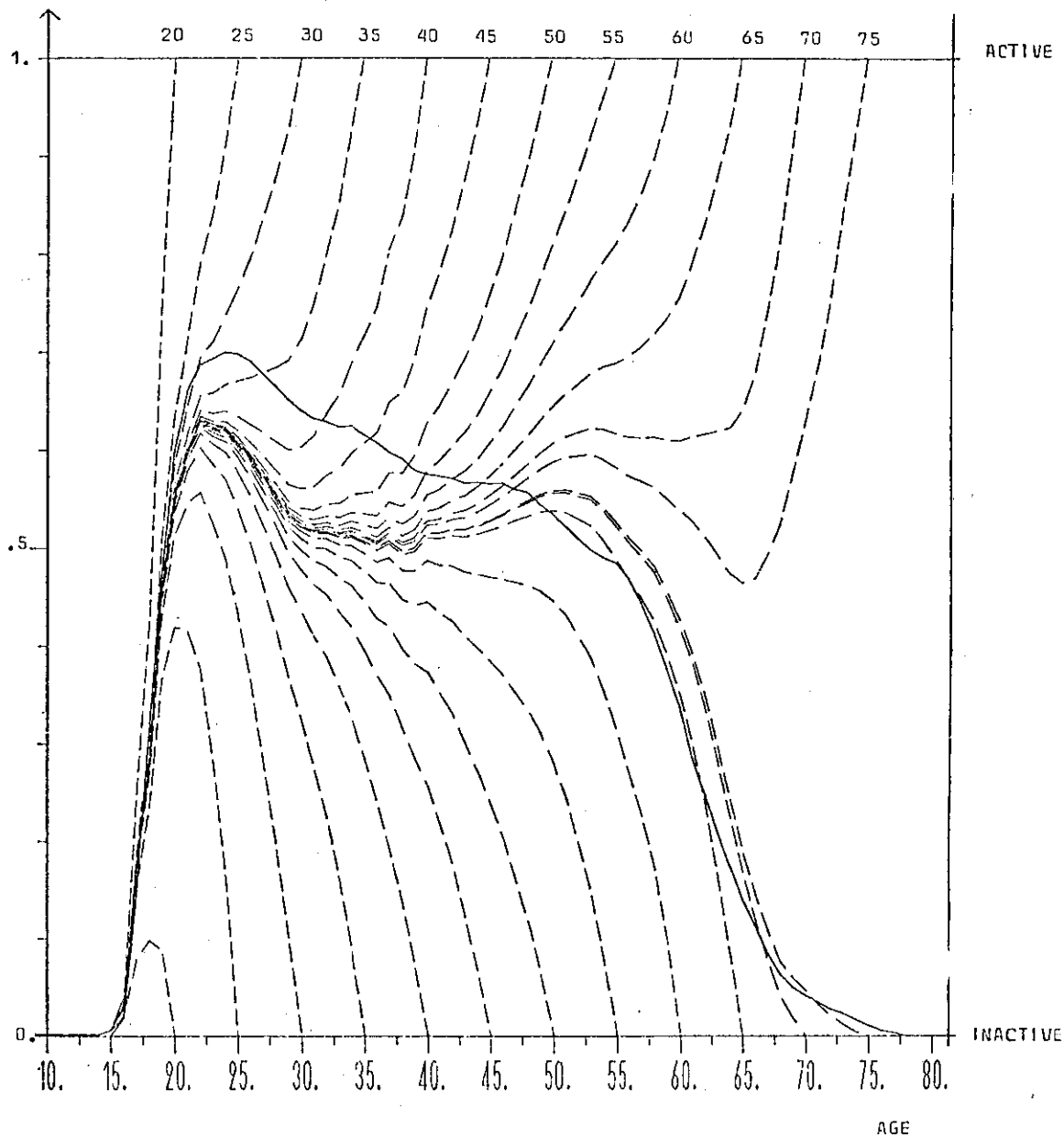
Le modèle I est plus naturel, c'est pourquoi il a été développé dans cet article.

20. Des études de sensibilité sont faites dans l'article de Population déjà cité.

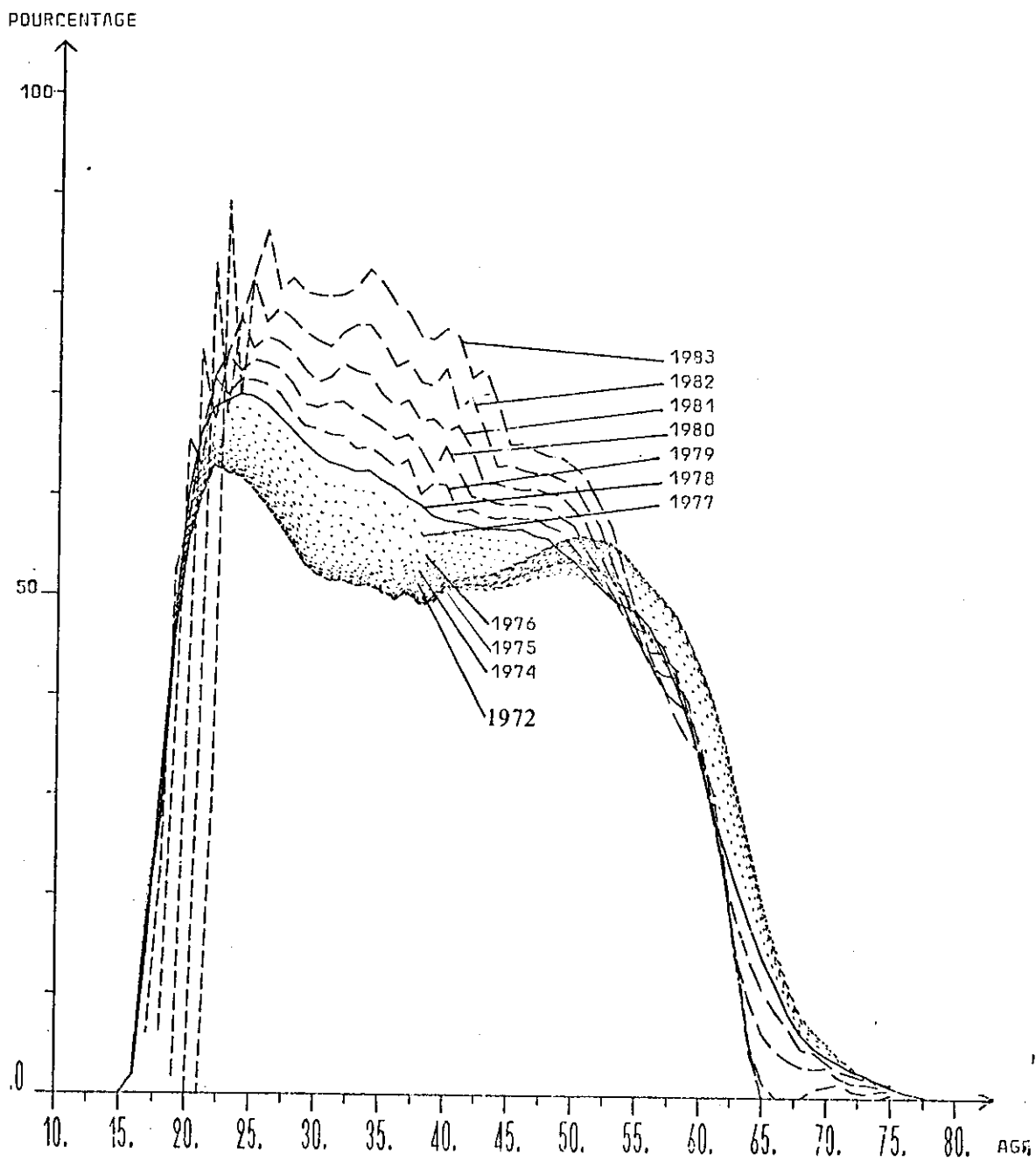
21. Les dessins ont été effectués sur un traceur Benson. Un logiciel de dessin écrit par J. Rahuel du Centre Informatique de l'Université Paris-Sud d'Orsay (PSI), permet de faire la mise au point des dessins sur un écran cathodique Tektronix, puis d'envoyer le dessin définitif au traceur. Nous remercions aussi Ph. Lesourd pour ses nombreux conseils en informatique.



Graphique 13. Projection des taux d'activité féminine et rétro-projection en arrière. 1977-1978



Graphique 14. Probabilités pour une femme d'être en activité sachant qu'elle sera active ou inactive à un certain âge 1978-1977



**Graphique 15. Projection des taux d'activité féminine dans le passé
Et rétro-projection en arrière dans l'avenir**

En effet, rien n'empêche de considérer le présent comme un événement certain et le passé comme la réalisation du hasard conforme à une loi statistique, mais généralement on fait l'inverse et ainsi en démographie, on caractérise les individus à une certaine date par le délai qui sépare leur naissance de cette date, c'est-à-dire leur âge, et non par celui qui sépare cette date de celle de leur mort.

Notre modèle II apparaît maintenant moins cohérent : si on considère un modèle où l'aléa est dans le passé, il faut faire dépendre les probabilités de passage d'une variable qui soit conditionnée non pas par un événement du passé comme la naissance et donc l'âge, mais par un événement du futur qu'on considère comme certain. Il faudrait donc calculer les probabilités de passage en fonction du nombre d'années qui sépare la date présente de celle de la mort par exemple.

Ce genre de calcul est bien entendu réservé aux historiens et peut-être à la science fiction, mais dans le cas présent il peut être intéressant de relier la date de la prise de retraite à la date de la mort, indépendamment de l'âge de l'individu.

NICOLAS BROUARD
Institut national d'études
démographiques

BIBLIOGRAPHIE

- [1977] DEVILLE J. C., « Activité féminine et fécondité », *Economie et Statistique*, 93.
- [1951] DEPOID P., « Tables françaises concernant la population masculine (1906-1946) », *Bull. Int. Statist. Institut.*, 33 (4), p. 131-146.
- [1947] DUBLIN L. I., LOTKA A., *The money value of a man*, New York, Ronald Press Company.
- [1948-1975] DURAND J. D., *The labor force in economic development*, Princeton Univ. Press; *The Labor in the United States 1890-1960*, New York, Soc. Sc. Research.
- [1976] HOEM J. M., FONG M., « A Markov chain model of working life tables », Laboratory of actuarial mathematics, University of Copenhagen.
- [1977] LE BRAS H., « Une formulation générale de la dynamique de population », *Population*, numéro spécial.
- [1976] LINKE W., « Erwebspersonentafeln Berechnung und Anwendungen. Schriften zur wirtschafts wissenschaftlichen », *Forschung*, Band 109.
- [1977] RACAPE A., LETABLIER M. T., VASSEUR A. M., « L'activité féminine », *Cahier du C.E.E.*, 11
- [1965] SVERDRUP E., « Estimates and test procedures in connection with stochastic models for deaths recoveries and transfers between different states of health », *Skand. Aktuarietidskr.* 46 : 184-211.
- [1949] WOLFBEIN S. L., « The length of working life », *Population Studies*, 3, p. 286-294.
- [1938] WOYTINSKY Wl., « Labor in the United States : basic statistics for Social Security », Social Science Research Council.

Mots

MOTS...ORDINATEURS...TEXTES... SOCIÉTÉS

La revue MOTS est une revue semestrielle de lexicométrie et de lexicologie politique. Le premier numéro paraîtra en octobre 1980. Les numéros courants comporteront trois parties : une partie « lexicologie » sera ouverte aux études touchant le sens, la formation, l'histoire et la fonction sociale des mots ; une partie lexicométrique rendra compte de l'utilisation et du développement des méthodes statistiques adaptées à l'étude des faits lexicaux ; une troisième partie, enfin, rassemblera des notes critiques, des comptes rendus de travaux effectués dans le domaine du vocabulaire socio-politique.

EXTRAIT DE SOMMAIRE DU NUMÉRO 1 (octobre 1980)

M. TOURNIER : En souvenir de Lagado

LEXICOLOGIE

R.-L. WAGNER : Les désarrois du Maître de Genève

A.-M. et J. CHOUILLET : Vocabulaire politique de Diderot et de quelques encyclopédistes

LEXICOMÉTRIE

G.-Th. GUILBAUD : Zipf et les fréquences

A. GEOFFROY : Trois successeurs de Marat pendant l'été 93 : analyse lexicométrique des spécificités

CHRONIQUES

J. GUILHAUMOU : Les discours jacobins (1792-1794) : bibliographie.

Abonnements 1980

Le numéro 50 F

Abonnements 1981 (2 numéros)

	France	Etranger
Institutions	110 F	125 F
Particuliers	85 F	100 F
Le numéro	50 F	55 F

Abonnements groupés 1980-1981 (3 numéros)

	France	Etranger
Institutions	150 F	165 F
Particuliers	125 F	140 F

VENTES ET ABONNEMENTS



Presses de la Fondation Nationale des Sciences Politiques

27, rue saint-guillaume 75341 paris cedex 07, france,